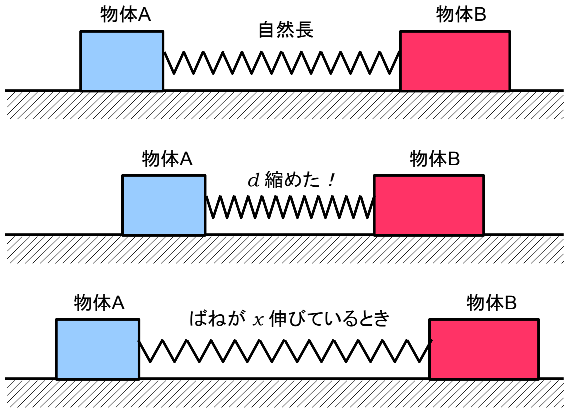
「物理の小道」特別編 「慣性力を考える」②

質量が　M　、　m　の物体A、Bがある。両者をばね定数　k　のばねで連結し、滑らかな水平面に置いた。物体A、Bを互いに　d　だけ近づけ、同時に静かに手を離した。ばねの力で両物体は動き出し、振動運動を始める。この運動を詳しく分析してみよう。



A. 慣性力を使わない場合

これは、静止している人から見た運動として考えた場合に当たる。

ばねが　x　伸びているとき、右向き正として、静止した人から見た物体A、Bの加速度を　a_A　、　a_B　としよう。ばねが　x　伸びているので、ばねの力は $\boxed{1}$ (ばねが縮む向き)だ。よって、運動方程式は、A が $\boxed{2}$ ･･･(1) 、B が $\boxed{3}$ ･･･(2) である。これだけ見てもどのような運動になるかどうかは分からない。

(1)＋(2) より、 $\boxed{4}$ だから、「物体 A、B の重心」の加速度がゼロとなることがわかる。よって、「物体 A、B の重心」は等速運動する。これくらいは見つけやすいのですが、その先が読めない。でも、うまく処理すればもう少し先まで進める。物体A、Bの加速度は $\boxed{5}$ 、 $\boxed{6}$ であるので、ばねの長さの変化の加速度を考えてみる。これは　a_B-a_A　で表すことができるから、ばねの長さの変化の加速度は　$a=a_B-a_A=\boxed{7}$ となり、単振動型（　$a=-\omega^2 x$　）だ。よって、角振動数が $\boxed{8}$ になり、周期の公式　$T=\dfrac{2\pi}{\omega}$　から、ばねの長さの変化の周期は $\boxed{9}$ である。 **※ 解法の道筋が複雑になるようですね。**

B. 慣性力を使う場合

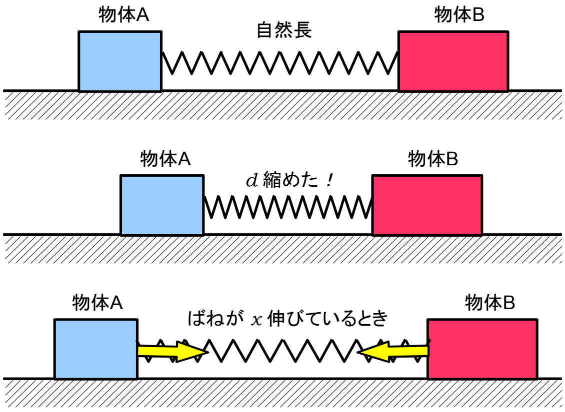
これは、加速度を持って動いている人から見た運動として考える場合に当たる。このケースでは、物体 A から見た物体 B の運動（相対運動）を考える。

ばねが　x　伸びているとき、右向き正として、床から見た物体 A の加速度を　a_A　とする。このときの物体 A の運動方程式は同様に $\boxed{2}$ ･･･(1) となる。これは簡単だ！

ここからが本論になる。物体Aから見た物体Bの加速度を　α　としよう。このとき、物体 B には、ばねの力が $\boxed{1}$ （左向き）、慣性力が $\boxed{10}$ （左向き）の2つの力が加わる。よって、物体 B の運動方程式は $\boxed{11}$ ･･･(2) になる。(1) を(2)に代入して　a_A　を消去すると、　$\alpha=\boxed{12}$ となり単振動型（　$a=-\omega^2 x$　）だ。よって、角振動数が $\boxed{13}$ になり、物体 A から見た物体 B の運動は、周期 $\boxed{14}$ の単振動になる。

問1　上の文章の空欄に適当な数式、関係式を入れなさい。

「物理の小道」特別編 「慣性力を考える」②



質量が M 、 m の物体A、Bがある。両者をばね定数 k のばねで連結し、滑らかな水平面に置いた。物体A、Bを互いに d だけ近づけ、同時に静かに手を離した。ばねの力で両物体は動き出し、振動運動を始める。この運動を詳しく分析してみよう。

A. 慣性力を使わない場合

これは、静止している人から見た運動として考えた場合に当たる。

ばねが x 伸びているとき、右向き正として、静止した人から見た物体A、Bの加速度を a_A 、 a_B としよう。ばねが x 伸びているので、ばねの力は kx （ばねが縮む向き）だ。よって、運動方程式は、A が $+kx=ma_A$ ・・・(1) 、B が $-kx=Ma_B$ ・・・(2) である。これだけ見てもどのような運動になるかどうかは分からない。

(1)＋(2) より、 $ma_A+Ma_B=0$ だから、 $\dfrac{ma_A+Ma_B}{m+M}=0$ となるので、「物体A、Bの重心」の加速度がゼロとなることを示す。よって、「物体A、Bの重心」は等速運動することが分かる。これくらいは見つけやすいのですが、その先が読めない。でも、うまく処理すればもう少し先まで進める。 $a_A=\dfrac{k}{m}x$ 、 $a_B=-\dfrac{k}{M}x$ であるので、ばねの長さの変化の加速度を考えてみる。これは a_B-a_A で表すことができるから、 $a=a_B-a_A=-\left\{\dfrac{k(m+M)}{mM}\right\}x$ となり、単振動型（ $a=-\omega^2 x$ ）だ。角振動数が $\omega=\sqrt{\dfrac{k(m+M)}{mM}}$ になり、周期の公式 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}$ から、ばねの長さの変化の周期は $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\dfrac{mM}{k(m+M)}}$ である。 **※ 解法の道筋が複雑になるようですね。**

B. 慣性力を使う場合

これは、加速度を持って動いている人から見た運動として考える場合に当たる。このケースでは、物体Aから見た物体Bの運動（相対運動）を考える。

ばねが x 伸びているとき、右向き正として、床から見た物体Aの加速度を a_A とする。このときの物体Aの運動方程式は同様に $+kx=ma_A$ ・・・(1) となる。これは簡単だ！

ここからが本論になる。物体Aから見た物体Bの加速度を α としよう。このとき、物体Bには、ばねの力が kx （左向き）、慣性力が ma_A （左向き）の2つの力が加わる。よって、物体Bの運動方程式は $-kx-Ma_A=M\alpha$ ・・・(2) になる。(1) を(2)に代入して a_A を消去すると、 $\alpha=-\dfrac{k(m+M)}{Mm}x$ となり単振動型（ $a=-\omega^2 x$ ）だ。角振動数が $\omega=\sqrt{\dfrac{k(m+M)}{mM}}$ になり、物体Aから見た物体Bの運動は、周期 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\dfrac{mM}{k(m+M)}}$ の単振動になる。