

「物理の小道」特別編 「慣性力を考える」 ③

小さな傾斜角 θ のなめらかな斜面を滑る乗り物の中を考えてみよう。このとき、質量は、乗り物が M 、乗り物の天井からつるされた物体が m (ただし $M \gg m$)、また、重力加速度を g とする。

最初、乗り物のブレーキを作動させて斜面で停止させる(右図)。物体に力を加えて鉛直線からの角度 ϕ_0 にして、静かに手を離れた。

原点の位置を「ひもが鉛直線に重なる位置」としよう。ひもの長さを l とする物体が鉛直線からの角度 ϕ にあるとき、重力が 、ひもの張力が となるので物体の復元力は である。

物体の 原点の位置を「ひもが鉛直線に重なる位置」としよう。ひもの長さを l とすると、鉛直線からの角度 ϕ に物体があるとき、物体の位置 x と ϕ の間には が成立する。

x を使って物体の (A) 運動方程式 を表すと、 となるから、この物体の運動は周期 の単振動する。

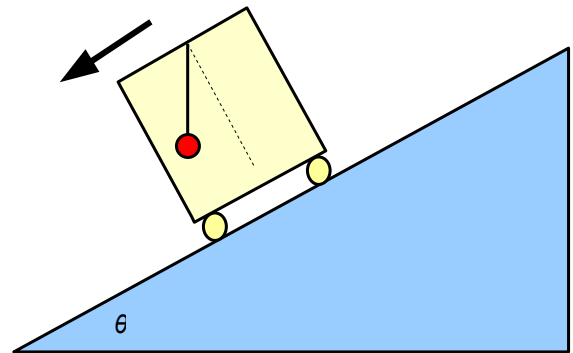
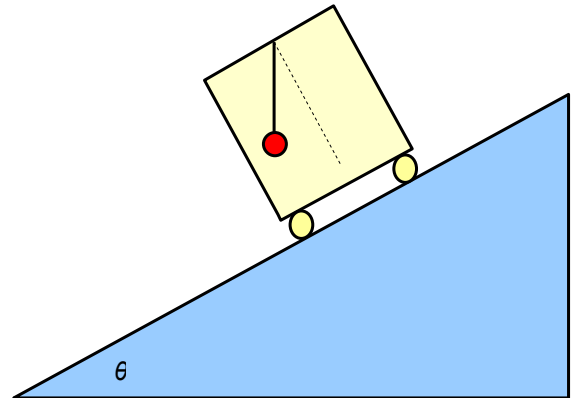
次に、乗り物のブレーキを解除した。乗り物は斜面を下り始める。このとき、乗り物の運動は初速度 、加速度 の等加速度運動になる。

乗り物の中にいる人から見た物体の運動を考えてみよう。手を離れた直後の物体の速度は であることはすぐ分かる。ブレーキを解除した後、物体に働いている力は、物体には重力 と、慣性力 の2つの力だ。2つの力の合力の大きさは 、向きは となるので、前半と同様にして、この物体の (B) 運動方程式 を求め、解析すると、物体の運動は中心位置が 、振幅が 、周期が の単振動であることが分かる。

問1 上の文章の空欄に適切な語句、数式を入れなさい。

問2 下線部 (A) の運動方程式を表しなさい。

問3 下線部 (B) の運動方程式を表しなさい。

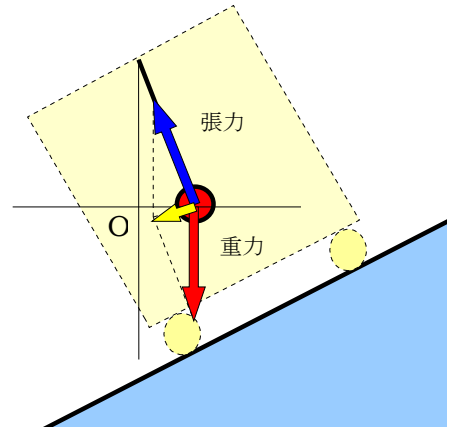


「物理の小道」特別編 「慣性力の正体を考える」 ③

[解説] 乗り物が静止しているときの物体の運動は単なる「振り子運動」で教科書の説明とまったく同じ。乗り物のブレーキを解除して動き始めた後の物体の運動では「慣性力」が働くことで運動が少し変化する。基本的には同じ解法で答えは求まる。

乗り物が静止しているときの物体の運動

つりあいの位置が振り子の単振動の中心である。その位置はひもが鉛直線に重なる位置だ。右図のように、原点を中心位置にとって物体に働く力を考える。重力(赤色)、張力(青色)、その合力が復元力(黄色)である。物体が動く方向はひもに垂直方向になるから、合力は $mg \sin \phi$ 、ひもの張力は $mg \cos \phi$ である。角度 ϕ は小さいので $\sin \phi = \phi$ とみなせる。同様に、弧度法の定義より、 $\phi = \frac{x}{l}$ とみなせるから、運動方程式は $ma = -mg \cdot \frac{x}{l}$



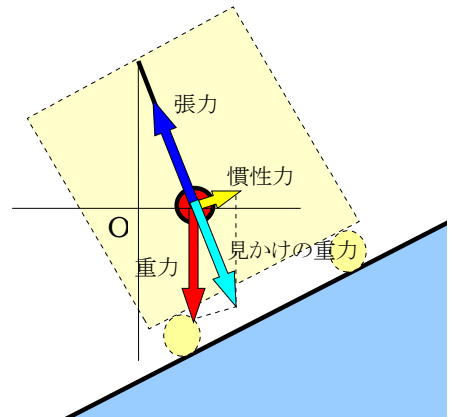
となる。物体の加速度は $a = -\frac{g}{l} \cdot x$ になり、これは単振動の公式 $a = -\omega^2 x$ の形と一致するので、角振動数は $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ となる。周期の公式 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ に代入して、周期は $2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ である。

乗り物が動き始めた後の物体の運動

乗り物の運動方程式は $Mg \sin \theta = MA$ より、加速度は $A = g \sin \theta$ (斜面向下向き)である。

このとき、乗り物内の物体に働く力は重力 mg (鉛直下向き)、慣性力 $mg \sin \theta$ (斜面上向き)、ひもの張力 T である。重力と慣性力の合力が「見かけの重力」となり、ふりこ運動を行うので、物体の運動は、中心が鉛直線から角度 θ 傾いた(ひもが斜面と垂直になる)位置である。前半と同様に運動方程式をこの運動を解析すると、角振動数は

$\omega = \sqrt{\frac{g \cos \theta}{l}}$ となる。周期の公式 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ に代入し



て、周期は $2\pi \sqrt{\frac{l}{g \cos \theta}}$ の単振動になることが分かる。ブレーキが解除されたとき ($t=0$ のとき)、物体は鉛直線の真下位置で、速度はゼロだったから、その位置が単振動の端になる。よって、傾斜角 θ が小さいので、振幅は $l\theta$ である。なお、傾斜角 θ が大きいとき、ふりこ運動は正確には単振動ではなくなる。

※ ふりこは振れ角が小さいときに「単振動」になる！ (具体的には数度未満のとき)