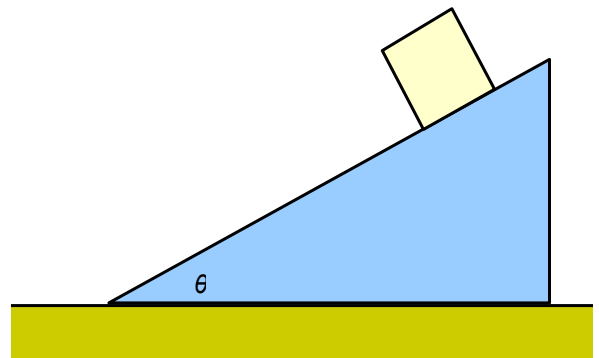


## 「物理の小道」特別編 「慣性力の応用を考える」 ④

滑らかな水平面に、質量  $M$  の三角台を置いた。その三角台の上に質量  $m$  の物体を乗せた。静かに手を離したところ、三角台が右に、物体が三角台の斜面を下向きに動き出した。

※ 入試問題に何度も出た有名な問題のひとつだ。

三角台の加速度を  $A$ 、三角台から見た物体の加速度を、斜面下向き正として  $a$  とする。また、重力加速度は  $g$  である。



最初に、台から見た物体の運動方程式を作る。物体に働く力は、重力は 、斜面からの垂直抗力  $N$ 、慣性力は  の3つだから、物体に働く斜面に平行な成分より、斜面下向きを正として運動方程式を作ると   $\cdots$ (a) である。また、斜面に垂直な成分はつりあうので、  $\cdots$ (b) の関係が成立する。また、三角台に働く力は重力、床からの垂直抗力、物体からの垂直抗力の3つだから、水平方向成分より、運動方程式を作ると   $\cdots$ (c) である。未知数が  $A$ 、 $a$ 、 $N$  の3つだから、この3式で解けばよいのだ。

これらより、斜面から見た物体の加速度は 、三角台の加速度が 、物体が斜面から受ける垂直抗力は  である。

問1 上の文章の空欄に適切な数式、関係式を入れなさい。

問2 慣性力を使わずに解けるだろうか、挑戦してみよう。

# 「物理の小道」特別編 「慣性力を考える」 ④

**【慣性力を使う解法】** 物体が受ける重力は、鉛直下向きに  $mg$ 、三角台から物体が受ける垂直抗力は、斜面に垂直上向きに  $N$ 、慣性力は、水平方向左向きに  $mA$  …(2) である。また、三角台には、物体からの垂直抗力が斜面垂直下向きに  $N$ 、重力が鉛直下向きに  $Mg$ 、床からの垂直抗力が  $N_0$  である。これより両物体の運動方程式を作ろう。

最初に、台から見た物体の運動方程式を作る。物体に働く力は、重力、斜面からの垂直抗力、慣性力の3つだから、斜面に平行な成分より運動方程式を作ると、斜面下向きを正として  $mg\sin\theta + mA\cos\theta = ma$  …(a) である。

また、物体に働く力の斜面に垂直成分はつりあう。よって、 $N - mg\cos\theta + mA\sin\theta = 0$  …(b) が成立する。

三角台に働く力は、重力、床からの垂直抗力、物体からの垂直抗力の3つである。右向き正として、水平成分の力より運動方程式を作ると  $N\sin\theta = MA$  …(c) である。

(b)、(c)より、 $mg\sin\theta\cos\theta = (m\sin^2\theta + M)A$  だから、三角

角台の加速度は  $A = \frac{mg\sin\theta\cos\theta}{m\sin^2\theta + M}$  …(d) である。これを (a) に代入して、三角台から見た物

体の加速度と垂直抗力を求めると、加速度が  $a = g\sin\theta + \frac{mg\sin\theta\cos^2\theta}{m\sin^2\theta + M} = \frac{(m+M)g\sin\theta}{m\sin^2\theta + M}$ 、

垂直抗力が  $N = \frac{mg\cos\theta}{m\sin^2\theta + M}$  である。

**【慣性力を使わない解法】** 床から見た運動として、台と物体の加速度を  $\vec{A} = (A, 0)$ 、 $\vec{a}' = (a_x, a_y)$  (鉛直上向きを  $y$ 、水平右向きを  $x$  とする)。

運動方程式は、物体では、水平方向が  $-N\sin\theta = ma_x$ 、鉛直方向が  $N\cos\theta - mg = ma_y$ 、三角台では、水平方向が  $N\sin\theta = MA$  である。台から見た物体の加速度  $\vec{\alpha} = (a_x - A, a_y)$  だから  $a_y = (a_x - A)\tan\theta$  (斜面に沿って動く)。これに、 $a_x$ 、 $a_y$ 、 $A$  を代入して

$$\frac{N\cos\theta - mg}{m} = \left( -\frac{N\sin\theta}{m} - \frac{N\sin\theta}{M} \right) \tan\theta$$

がえら得る。これを整理して  $\{M\cos\theta + (m+M)\sin\theta\tan\theta\}N = mMg$  より、

$$N = \frac{mMg\cos\theta}{M + m\sin^2\theta}、A = \frac{mMg\sin\theta\cos\theta}{M + m\sin^2\theta}$$

で慣性力を用いた解法と同じだ(当然)。なお、物体の加速度も同様だ。

