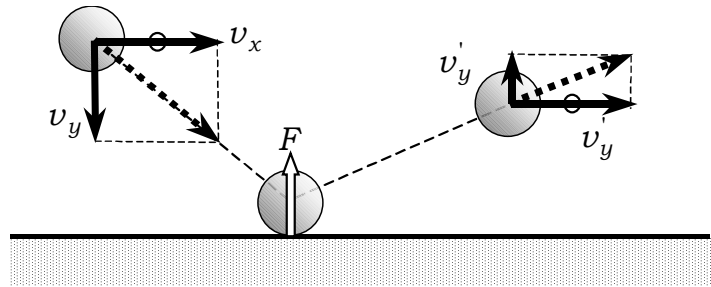


**斜め衝突の物理学入門**

( ) 組 ( ) 番 氏名 ( )

一次元衝突(直線上での運動の衝突)の計算は既に示した。では二次元衝突(平面上での運動の衝突)の計算はどのようにするのだろうか。

滑らかな面に斜めに質量  $m$  [kg] の小球が衝突する場合を考える。衝突しているときに小球が受ける力は、摩擦がないので、面から受ける垂直抗力だけを考えればよい。



- (1) 小球に働く面に平行な方向の力
- (2) 小球に働く面に垂直な方向の力

**重要 「運動量の変化は力積に等しい」 を使って衝突を考えてみる。**

面に衝突している時間  $\Delta t$  [s] に小球に働く力は垂直抗力  $F$  [N] だけであるから、力積は面に垂直な方向に [ ] である。運動量変化について考える。面に平行な方向の運動量変化を  $v_x, v'_x$  を使って表すと、[ ] であり、面に垂直な方向の運動量変化を  $v_y, v'_y$  を使って表すと [ ] である。

小球の運動量の変化は小球が面から受ける力積に等しいことから、面に平行な方向について、[ ]…① の関係式が成立する。これより、 $v'_x = v_x$  である。したがって、小球の運動量は面に平行な方向成分は変化しない。面に垂直な方向について、[ ]…②

の関係式が成立するから、 $v'_y = -v_y + \frac{F \cdot \Delta t}{m}$  となり、衝突前後で面に垂直な方向の速度成分が変化する。は

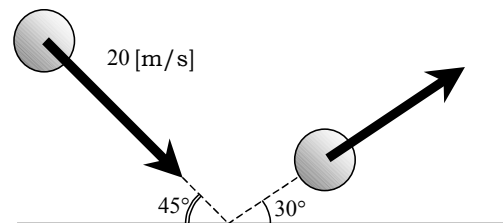
ねかえり係数  $e$  を使って表すと、 $e = \frac{v'_y}{v_y}$  だから、衝突後の面に垂直な方向の速さは  $v'_y = ev_y$  になる。こ

れを②に代入して整理すると、面から受ける垂直抗力の大きさは  $F = \frac{(1+e)mv_y}{\Delta t}$  であったことになる。衝

突している時間が短いとき(面、小球が硬いとき)面から受ける垂直抗力が大きくなるのがわかる。実際の衝突では、小球と面との間の摩擦力、小球の回転運動などがあるため、より複雑な衝突になる。

問1. 200 [g] のボールが速さ 20 [m/s] で面に  $45^\circ$  の角度で衝突した。ボールは面との角度が  $30^\circ$  ではねかえた。

- (1) このときのボールと面とのはねかえり係数を求めなさい。
- (2) このとき、はねかえたボールの速さを求めなさい。

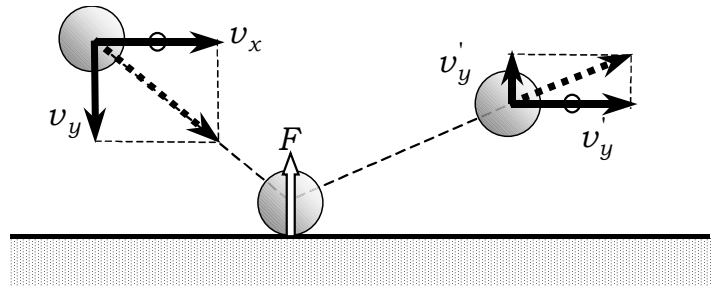


- (3) 衝突の前後で失われた運動エネルギーを求めなさい。

※ 運動エネルギーの公式  $\rightarrow K = \frac{1}{2}mv^2$

一次元衝突(直線上での運動の衝突)の計算は既に示した。では二次元衝突(平面上での運動の衝突)の計算はどのようにするのだろうか。

滑らかな面に斜めに小球が衝突する場合を考える。衝突しているときに小球が受ける力は、摩擦がないので、面から受ける垂直抗力だけを考えればよい。



(1) 面が滑らかなので小球には摩擦力が働かない。したがって、面に平行な横向き力が小球には働かない。

(2) 面から受ける垂直抗力が働いているので、小球には面に垂直な方向の力が働いている。

**重要** 「運動量の変化は力積に等しい」を使って衝突を考えてみる。

小球の運動量の変化は小球が面から受ける力積に等しい。面に衝突している間に小球に働く力は垂直抗力だけだから、力積は面に垂直な方向だけである。したがって、 $mv'_x - mv_x = 0 \dots \textcircled{1}$ 、 $mv'_y - (-mv_y) = F \cdot \Delta t \dots \textcircled{2}$  が成立する。これより、 $v'_x = v_x$  だから、小球の運動量は面に平行な方向成分は変化しない。また、

小球に働く力積は垂直な方向のみだから、 $v'_y = -v_y + \frac{F \cdot \Delta t}{m}$  となり、衝突前後で面に垂直な方向の速度成分が

変化する。このときの変化をはねかえり係数  $e$  を使って表すと、 $e = -\frac{v'_y}{v_y}$  だから、衝突後の面に垂直な方向の速さは

$v'_y = -ev_y$  になる。これを②に代入して整理すると、面から受ける垂直抗力の大きさは

$F = \frac{(1-e)mv_y}{\Delta t}$  であったことになる。実際の衝突では、小球と面の間に摩擦力が働いたり、小球の回転運動などで、より複雑な衝突になる。(回転運動については高校では学習しない)

問1. 200 [g] のボールが速さ 20 [m/s] で面に 45° の角度で衝突した。ボールは面との角度が 30° ではねかえた。

(1) このときのボールと面とのはねかえり係数を求めなさい。

$$e = \frac{10\sqrt{2} \div \sqrt{3}}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ だから、はねかえり係数は } 0.58$$

(2) このとき、はねかえたボールの速さを求めなさい。

$$v' = \sqrt{(10\sqrt{2})^2 + (10\sqrt{2} \div \sqrt{3})^2} = \frac{20\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 16.329\dots \text{ より、はねかえたボールの速さは } 16 \text{ [m/s]}$$

(3) 衝突の前後で失われた力学的エネルギーを求めなさい。

$$\frac{1}{2} \times 0.20 \times 20^2 - \frac{1}{2} \times 0.20 \times \left( \frac{20\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{40}{3} = 13.33\dots \text{ より、失われた力学的エネルギーは } 13 \text{ [J]}$$

