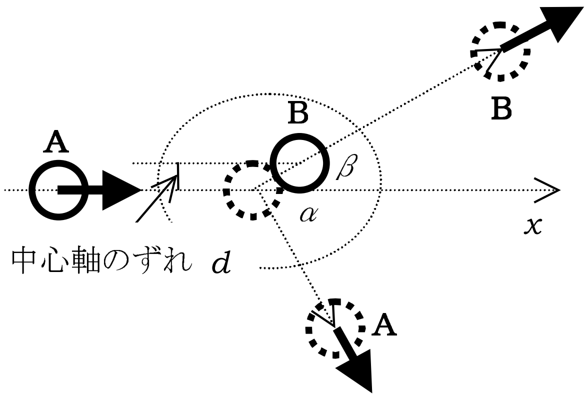
斜め衝突の物理学　　　（　　）組（　　）番　氏名（　　　　　　　　）

一次元衝突（直線上での運動の衝突）の計算は既に示した。では二次元衝突（平面上での運動の衝突）の計算はどのようにするのだろうか。

スーパー達人

下の図に示すような半径が r [m]、質量が m [kg]の二つのコイン（10円玉と考える）の衝突を考える。コインAが速度 $\vec{v}$ [m/s]で静止しているコインBに中心軸から d [m] 外れて衝突した。このとき衝突した後のそれぞれのコインは、どのような角度で、どれくらいの速さで運動するのかを求めなさい。



衝突後の速度をコインA、Bの速度を $\vec{v}'$ 、$\vec{V}'$、コインAがコインBに及ぼす力は t [s] の間 一定の力 $\vec{f}$ [N]であると考え、ニュートンの運動の法則などの基本に戻って考えてみる。

運動量と力積の関係

コインA：（　　　　　　　　　　）…（1）、　　コインB：（　　　　　　　　　　）…（2）

これより、コインBの衝突後の運動方向は、角度 β の値が $\sin\beta$ =（　　　　　　）である。

運動量保存の法則

ベクトル量としての運動量保存の法則　（　　　　　　　　　　）…①が成立。

速度の分解　x 軸とコインAの角度を α 、コインBの角度を β とし、**運動量保存則を x、y 方向成分に分ける**

x 方向：（　　　　　　　　　　）…②、

y 方向：（　　　　　　　　　　）…③

力学的エネルギー保存の法則 が成立するとき（理想的な衝突の場合）

（　　　　　　　　　　）…④ が成立する。

計算処理

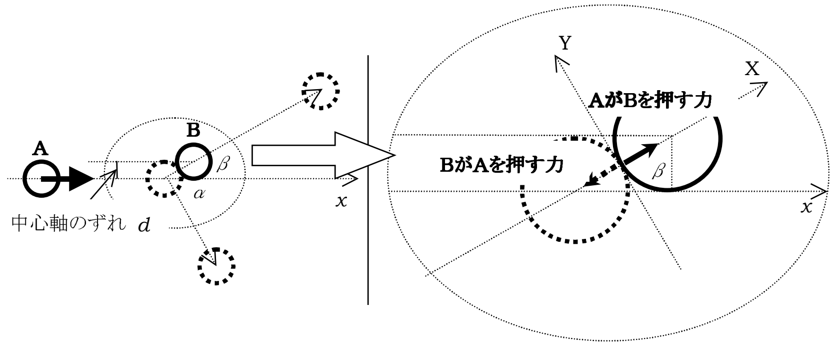
よって、コインAの速度は $v' = v\sin\beta = \dfrac{vd}{2r}$ 、コインBの速度は $V' = v\cos\beta = \dfrac{v\sqrt{4r^2 - d^2}}{2r}$ である。

はねかえり係数の考察　斜めに衝突するときのはねかえり係数は面に垂直方向の速度成分の相対速度の比の値である（面に平行成分の速度は変化しない）。この場合のはねかえり係数を求めなさい。

斜め衝突の物理学　　　（　　）組（　　）番　氏名（　　　　　　　）

一次元衝突（直線上での運動の衝突）の計算は既に示した。では二次元衝突（平面上での運動の衝突）の計算はどのようにするのだろうか。

> 図に示すような半径が r [m]、質量が m [kg]の二つのコインの衝突を考える。コインAが速度 $\vec{v}$ [m/s]で静止しているコインBに中心軸から d [m] 外れて衝突した。このとき衝突した後のそれぞれのコインは、どのような角度で、どれくらいの速さで運動するのかを求めなさい。



衝突後の速度をコインA、Bの速度を $\vec{v}'$ 、 $\vec{V}'$、コインAがコインBに及ぼす力は t [s] の間 一定の力 $\vec{f}$ [N]であると考え、ニュートンの運動の法則などの基本に戻って考えてみる。

作用・反作用の法則 コインBがコインAに及ぼす力は t [s]間 一定の力 $-\vec{f}$ [N] （右図の点線の矢印）

運動量と力積の関係 コインAについて $m\vec{v}' - m\vec{v} = -\vec{f} \cdot t$ 、 コインBについて $m\vec{V}' - m \cdot \vec{0} = +\vec{f} \cdot t$

よって、$m \cdot \vec{v} + m \cdot \vec{0} = m \cdot \vec{v}' + m \cdot \vec{V}'$ のベクトル量としての運動量保存の法則が成立することが分かる。

これより、コインBはこの力 $\vec{f}$ の方向（x 軸からβの角度）であり、角度βの値は $\sin\beta = \dfrac{d}{2r}$ …① である。

速度の分解 x 軸とコインAの角度をα、コインBの角度をβ とし、**運動量の *x*、*y* 方向成分を表すと**

x 方向： $mv = mv'\cos\alpha + mV'\cos\beta$ …②、　　y 方向： $0 = -mv'\sin\alpha + mV'\sin\beta$ …③

力学的エネルギー保存の法則 が成立するとき、 $\dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{1}{2}mv'^2 + \dfrac{1}{2}mV'^2$ …④ が成立するとき

計算処理 （①²＋②²）÷ m^2 より、 $v^2 = (v'\cos\alpha + V'\cos\beta)^2 + (-v'\sin\alpha + V'\sin\beta)^2$ であるので、

$v^2 = v'^2 + V'^2 + 2v'V'(\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta) = v'^2 + V'^2 + 2v'V'\cos(\alpha+\beta)$ …⑤ である。④とあわせると、$2v'V'\cos(\alpha+\beta) = 0$ であるので、エネルギーが保存できるときは $\alpha + \beta = 90^\circ$ であることが分かる。 よって、$0 = -v'\cos\beta + V'\sin\beta$ …③’ であるので、$v' = V'\tan\beta$ を $v = v'\sin\beta + V'\cos\beta$ …②’ に代入して、

コインAの速度は $v' = v\sin\beta = \dfrac{vd}{2r}$ 、コインBの速度は $V' = v\cos\beta = \dfrac{v\sqrt{4r^2 - d^2}}{2r}$ である。

はねかえり係数の考察 斜めに衝突するときのはねかえり係数は面に垂直方向の速度成分（面に平行成分の速度は変化しない）の相対速度の比の値である。上の図の X 軸方向成分がこれに当たる。したがって、$e = -\dfrac{v_1' - v_2'}{v_1 - v_2}$ に代入して、$e = -\dfrac{0 - v\cos\beta}{v\cos\beta - 0} = 1$ であるので、弾性衝突になっていることが分かる。実際に 10 円玉で実験してみると $\alpha + \beta \neq 90^\circ$ である。このことから衝突の前後でエネルギー保存則は不成立かつ、はねかえり係数も1でないことがわかる。