運動量保存の法則とエネルギー保存の法則　初歩①

力学的エネルギー保存の法則 → $mgh + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ が一定になる。

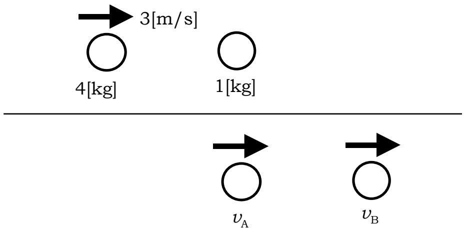
運動量保存の法則 → 運動量（大きさと向きを持つベクトル量）の和が一定なる。

※ 保存の法則が成立する条件が満たされているかどうかをチェックすること

例題　**運動量保存の法則と衝突　基礎**

質量 4.0[kg]の物体Aが左から速度 3.0[m/s]で右の静止している質量 1.0[kg]の物体Bに衝突した。このときの衝突のはねかえり係数は 1.0 であった。

※ 衝突のときは運動量保存の法則は成立するが、力学的エネルギー保存の法則は成立するとは限らない！



衝突直前では、運動量は、物体Aが[　　　　　　]$[kg \cdot m/s]$であり、物体Bが[　　　　　　]$[kg \cdot m/s]$である。また、そのときの運動エネルギーの和は [　　　　　　　　]$[J]$である。

衝突直後は、物体A、Bの速度を右向き（仮に右としておく）に v_A [m/s]、v_B [m/s] とする。衝突直後の運動量は、物体Aが[　　　　　　]$[kg \cdot m/s]$であり、物体Bが[　　　　　　]$[kg \cdot m/s]$である。

運動エネルギーの和は [　　　　　　　　]$[J]$ … ① である。

衝突前後での運動量保存の法則より

[　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　]が成立する。

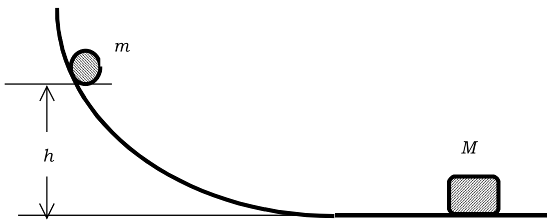
また、はねかえり係数の公式より [　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　]が成立する。

これを連立方程式で解くと、v_A =[　　　　　　]、 v_B =[　　　　　　]となり、物体Aは[　　　　]向きに、速さが[　　　　　　]$[m/s]$、物体Bは[　　　　]向きに、速さが[　　　　　　]$[m/s]$である。

この結果を①式に代入して、衝突直後の運動エネルギーの和を求めると、[　　　　　　　　]$[J]$になる。 →

※ はねかえり係数が 1 の衝突（弾性衝突）では力学的エネルギー保存の法則が成立するので計算チェックになる！

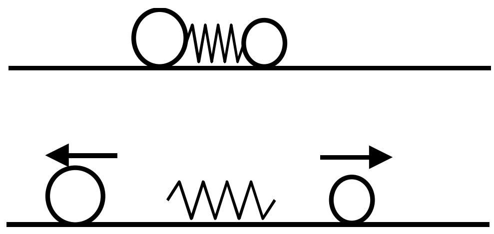
1　高さ h [m]の斜面から質量 m [kg]の物体Aが滑り降りてきて、下の質量 M [kg]の物体Bに弾性衝突した。



(1) 衝突直前の物体Aの速度を求めなさい。

(2) 衝突直後の物体A, Bのそれぞれの速度を求めなさい。

2　滑らかな水平面に質量 5.0 [kg]の物体Aと、質量 3.0[kg]の物体Bがばね定数 100[N/m]のばねを挟んで置かれている。物体A、Bの両端から力を加えて、ばねを 10[cm]押し縮めて、手を離すと両物体はばねにはじかれてそれぞれが反対方向に飛び出した。



(1) ばねに蓄えられた力学的エネルギーはいくらになるか。

ばねにはじかれた後の物体A、Bの速さを v_A [m/s]、 v_B [m/s] とする。

(2) 力学的エネルギー保存の法則、運動量保存の法則による二式より v_A、v_B を求めなさい。

運動量保存の法則とエネルギー保存の法則　初歩①

力学的エネルギー保存の法則　→　$mgh + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$　が一定になる。

運動量保存の法則　→　運動量（大きさと向きを持つベクトル量）の和が一定なる。

※　**保存の法則が成立する条件**が満たされているかどうかをチェックすること

例題　運動量保存の法則と衝突　基礎

質量 4.0[kg]の物体Aが左から速度 3.0[m/s]で右の静止している質量 1.0[kg]の物体Bに衝突した。このときの衝突のはねかえり係数は 1.0 であった。

衝突直前では、運動量は、物体Aが［　$4\times3=12$　］[kg·m/s]であり、物体Bが［　$1\times0=0$　］[kg·m/s]である。また、そのときの運動エネルギーの和は　［　$\frac{1}{2}\times4\times3^2+\frac{1}{2}\times1\times0^2=18$　］[J]である。

衝突直後は、物体A、Bの速度を右向き(仮に右としておく)に　v_A [m/s]、　v_B [m/s]　とする。衝突直後の運動量は、物体Aが［　$4\times v_A=4v_A$　］[kg·m/s]であり、物体Bが［　$1\times v_B=v_B$ ］[kg·m/s]である。

運動エネルギーの和は　［$\frac{1}{2}\times4\times{v_A}^2+\frac{1}{2}\times1\times{v_B}^2$ ］[J]　…　①　である。

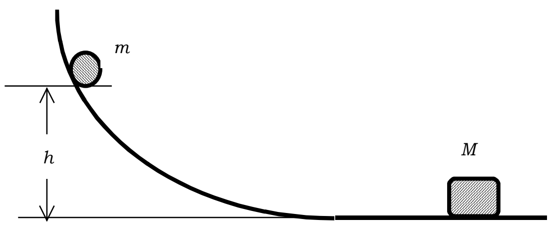
衝突前後での運動量保存の法則より　［　$4\times3+1\times0=4\times v_A+1\times v_B$　］が成立する。

また、はねかえり係数の公式より　［　$1=-\frac{v_A-v_B}{3-0}$　］が成立する。

これを連立方程式で解くと、v_A=［　１．８　］、　v_B=［　４．８　］となり、物体Aは［　右　］向きに、速さが［　1.8 ］[m/s]、物体Bは［　右　］向きに、速さが［　4.8　］[m/s]である。この結果を①式に代入して、衝突直後の運動エネルギーの和を求めると、［　$\frac{1}{2}\times4\times\left(\frac{9}{5}\right)^2+\frac{1}{2}\times1\times\left(\frac{24}{5}\right)^2=\frac{4\times81+24^2}{50}=18$ ］[J]になる。　→　エネルギー保存則成立している！

※　はねかえり係数が 1 の衝突（弾性衝突）では力学的エネルギー保存の法則が成立するので計算チェックになる！

1　高さ h [m]の斜面から質量 m [kg]の物体Aが滑り降りてきて、下の質量 M [kg]の物体Bに弾性衝突した。



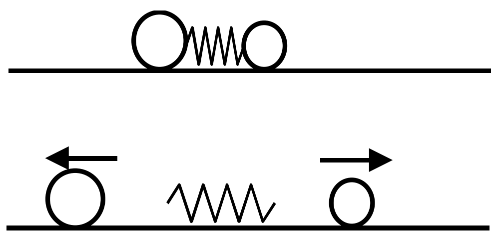
(1)　衝突直前の物体Aの速度を求めなさい。

力学的エネルギー保存の法則　$mgh=\frac{1}{2}mv^2$ だから、坂を下った後の速度は　$v=\sqrt{2gh}$　[m/s]である。

(2)　衝突直後の物体A, Bのそれぞれの速度を求めなさい。

運動量保存則　$mv=mv'+MV'$ 、はねかえり係数の式 $1=-\frac{v'-V'}{v-0}$ が成立。　衝突後のAの速度は $v'=\frac{m-M}{m+M}\sqrt{2gh}$ [m/s]、Bの速度は　$V'=\frac{2m}{m+M}\sqrt{2gh}$ [m/s]

2　滑らかな水平面に質量 5.0 [kg]の物体Aと、質量 3.0[kg]の物体Bがばね定数　100[N/m]のばねを挟んで置かれている。物体A、Bの両端から力を加えて、ばねを　10[cm]押し縮めて、手を離すと両物体はばねにはじかれてそれぞれが反対方向に飛び出した。



(1)　ばねに蓄えられた力学的エネルギーはいくらになるか。

$\frac{1}{2}\times100\times0.10^2=0.50$ [J]

ばねにはじかれた後の物体A、Bの速さを　v_A [m/s]、　v_B [m/s]　とする。

(2)　力学的エネルギー保存の法則、運動量保存の法則による二式より v_A、v_B を求めなさい。

$0.5=\frac{1}{2}\times5\times{v_A}^2+\frac{1}{2}\times3\times{v_B}^2$ …①、$0=5v_A+3v_B$ …②であるので、$v_A=\pm\frac{\sqrt{30}}{20}$ 、$v_B=\mp\frac{\sqrt{30}}{12}$ だから、

したがって、Aは　0.27[m/s]、 Bは　0.46[m/s]で互いの向きは逆向きに弾き飛ばされる。