運動量保存の法則とエネルギー保存の法則　初歩 ②

力学的エネルギー保存の法則 → $mgh + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ が一定になる。

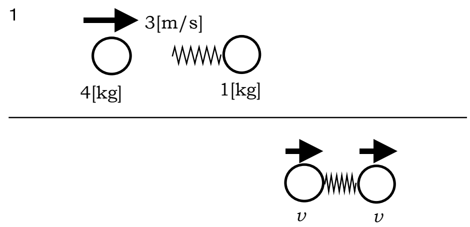
運動量保存の法則 → 運動量（大きさと向きを持つベクトル量）の和が一定なる。

※ 保存の法則が成立する条件が満たされているかどうかをチェックすること

例題 **力学的エネルギー保存の法則と運動量保存の法則** → 比較する二つの状態について考える！

質量 4.0[kg]の物体Aが左から速度 3.0[m/s]で右の静止している質量 1.0[kg]の物体Bに衝突した。このとき、右の物体Bには衝突の衝撃を和らげるためにばね定数1000[N/m]のばねが取り付けられていた。

衝突する前の両物体の運動量の和は [　　　　　　][kg·m/s] である。また、**そのときの運動エネルギーの和**は [　　　　　　][J] である。



衝突し始めたあと、物体Aは物体Bにつけられたばねを押し縮めて行く。ばねが縮むにつれて、物体Aは左に押されるため減速し、物体Bは右に押されるため加速する。物体Aが物体Bより速度が大きいとばねが縮みつつあり、物体Bが物体Aより速度が大きくなるとばねは伸びて行く。ばねが最も縮んだとき、物体A、Bの速度は同じになる。

ばねが最も縮んだときの両物体の速度を v [m/s]とすると、**最もばねが縮んだときの運動量の和**は [　　] [kg · m/s] である。また、**そのときの運動エネルギーの和**は [　　　　　　][J]、そのときのばねの縮みを x [m]とすると**ばねのエネルギー**は [　　　　　　][J]である。

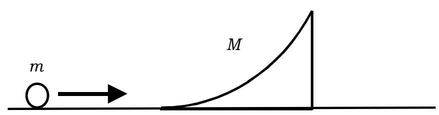
運動量保存の法則より [　　　　　　　　　　]…①、

力学的エネルギー保存の法則より [　　　　　　　　　　　　　　]…②が成立する。

これより、ばねが最も縮んだときの両物体の速度は [　　　　　][m/s]である。

また、ばねが縮んだ長さは [　　　　　][m]である。

初級　質量 m [kg]の小球が速度 v_0[m/s]で右に進んでいる水平で滑らかな床の右方に質量 M [kg]の台が置かれている。小球は台の上を上り始めると台は右に動き出した。やがて小球は台の最高点（高さ h [m]）まで登り、その後は台を下り始めて、最後にはそれぞれが別々に動いた。



(1) 台はなぜ右に動き出すのか。

(2) 小球が最高点に達したときの小球の速度を v [m/s]とすると、台の速度を求めなさい。

(3) 力学的エネルギー保存の法則を使って、関係式を作りなさい。

(4) 運動量保存の法則を使って,関係式を作りなさい。

最高点の高さ h を m、M、v_0 で表しなさい。

運動量保存の法則とエネルギー保存の法則　初歩 ②

力学的エネルギー保存の法則 →　$mgh + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$　が一定になる。

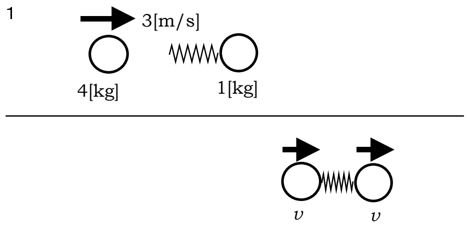
運動量保存の法則 →　運動量（大きさと向きを持つベクトル量）の和が一定なる。

※　保存の法則が成立する条件が満たされているかどうかをチェックすること

例題　**力学的エネルギー保存の法則と運動量保存の法則** →　比較する二つの状態について考える！

質量 4.0[kg]の物体Aが左から速度 3.0[m/s]で右の静止している質量 1.0[kg]の物体Bに衝突した。このとき、右の物体Bには衝突の衝撃を和らげるためにばね定数1000[N/m]のばねが取り付けられていた。

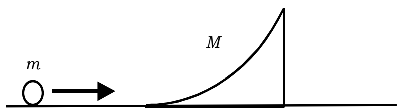
衝突する前の両物体の運動量の和は　[　$4\times3=12$　][kg·m/s]　である。また、**そのときの運動エネルギーの和**は　[　$\frac{1}{2}\times4\times3^2=18$　][J]　である。



ばねが最も縮んだとき、物体A、Bの速度は同じになる。ばねが最も縮んだときの両物体の速度を　v [m/s]とすると、**最もばねが縮んだときの運動量の和**は　[　$4\times v+1\times v=5v$　][kg·m/s]　である。また、**そのときの運動エネルギーの和**は　[　$\frac{1}{2}\times4\times v^2+\frac{1}{2}\times1\times v^2=\frac{5}{2}v^2$　][J]、そのときのばねの縮みを x [m]とすると**ばねのエネルギー**は　[　$\frac{1}{2}\times1000\times x^2=500x^2$　][J]である。

運動量保存の法則より　[　$12=5v$　]…①、**力学的エネルギー保存の法則**より　[　$18=\frac{5}{2}v^2+500x^2$　]…②が成立する。これより、ばねが最も縮んだときの両物体の速度は　[　$v=2.4$　][m/s]である。　また、ばねが縮んだ長さは　[　$x=\sqrt{\frac{36}{5000}}=0.08452...=0.085$　][m]である。

初級　質量 m [kg]の小球が速度 v_0[m/s]で右に進んでいる水平で滑らかな床の右方に質量 M [kg]の台が置かれている。小球は台の上を上り始めると台は右に動き出した。やがて小球は台の最高点（高さ h [m]）まで登り、その後は台を下り始めて、最後にはそれぞれが別々に動いた。



(1)　台はなぜ右に動き出すのか。

ボールが台から受ける垂直抗力の反作用の力（右下向き）による水平方向成分（右向き）により台は右に加速度を生じるため右に動き出す。

(2)　小球が最高点に達したときの小球の速度を v [m/s]とすると、台の速度を求めなさい。

台と小球の速度は同じになるので、運動量保存の法則より、$mv_0=mv+Mv$ だから、$v=\frac{mv_0}{M+m}$ [m/s]になる。

(3)　力学的エネルギー保存の法則を使って、関係式を作りなさい。

小球の高さを h [m]とする。エネルギー保存の法則より　$\frac{1}{2}mv_0{}^2=\frac{1}{2}(M+m)v^2+mgh$ である。

(4)　最高点の高さ h を　m、M、v_0 で表しなさい。

(2)の答えを代入して、$mv_0{}^2=(M+m)\left(\frac{mv_0}{M+m}\right)^2+2mgh$ より、$h=\frac{M}{2(M+m)g}v_0{}^2$　[m]　になる。