

次の各問題を解きなさい。

初級

[A] 床の上に質量 m [kg] の物体がある。この物体を h [m] の高さの棚の上に持ち上げた。ただし、重力加速度を g [m/s²] として、以下の問に答えなさい。

- ① このときに、持ち上げるため使った力の大きさはいくらになるか
- ② この力がした仕事はいくらになるか。
- ③ この力により貯えられた仕事が物体が高いところに居ることによる「能力(エネルギーという)」とする。このエネルギーのことを『重力による位置エネルギー』という。このエネルギーを式で示しなさい。

[B] 質量 m [kg] の物体が速度 v [m/s] で運動している。この物体を外力 f [N] で止めることを考えてみる。

- ① この物体の運動方程式より物体の加速度を求めなさい。
- ② 止まるまでの移動距離を求めなさい。
- ③ このとき、その力がした仕事を求めてください。
- ④ 動いていたことによる「能力(エネルギーという)」を『運動エネルギー』という。このエネルギーはいくらであったといえるか。ただし、この運動エネルギーは止まっているときをゼロとするのは当然ですが...

中堅

高さ 20m のところに質量が 3.0kg の物体があった。この物体を静かに落下させた。ただし、重力加速度を 9.8m/s^2 とする。

- ① 等加速度運動の公式を使って落下直前の物体の速度を求めなさい。
- ② この物体が持っていた重力による位置エネルギーはいくらになるか。
- ③ その物体の重力による位置エネルギーが運動エネルギーに変わったとして落下直前の物体の速度を求めなさい。
- ④ 高さが半分のところを通過するときの物体の速度を求めてください。

達人

傾斜角が 30 度の滑らかな斜面の上に質量 20kg の物体が置かれている。この物体の置かれている位置は斜面の下から 20m のところであった。

- ① この物体が持つ重力による位置エネルギーはいくらになるか。
- ② この物体が斜面を滑り降りてきたとき、そのエネルギーが運動エネルギーにかわるものとする、その運動エネルギーはいくらになるか。
- ③ 斜面下での物体の速度を求めなさい。
- ④ 運動方程式を使って、物体の加速度を求め、その加速度を使って等加速度運動の公式を適用して速度を求める手順で計算をして③の答えを求めてください。

位置・運動エネルギー 解答・解説

初級

[A] 重力による位置エネルギー

- ① m [kgw]であるが、1 [kgw]が g [N]であるので、単位をニュートンに直して mg [N]
- ② 移動した距離は力の向きに h [m]である。よって、仕事は mgh [J]
- ③ この仕事が「**重力による位置エネルギー**」として物体に貯えられているので、高さ h [m]にある質量 m [kg]の物体が持つ「重力による位置エネルギー」の大きさは mgh [J]である。

[B] 運動エネルギー

- ① 物体の進行方向を正として運動方程式を作ると、 $ma = -f$ であるので、加速度は $a = -\frac{f}{m}$ である。したがって、物体の加速度は進行方向と逆向きに $\frac{f}{m}$ [m/s²]である。
- ② 止まるまでに進んだ距離は、等加速度運動の公式 $v^2 - v_0^2 = 2ax$ より、 $0^2 - v^2 = 2\left(-\frac{f}{m}\right)x$ であるので、進んだ距離は $x = \frac{mv^2}{2f}$ [m]である。
- ③ 力がした仕事は、力の向きと逆に動いているので、 $f \times \left(-\frac{mv^2}{2f}\right)$ であるので、 $-\frac{1}{2}mv^2$ である。
- ④ 負の仕事を物体は受け取って最後に止まっている(運動エネルギーをゼロと考える)ので、最初に持っていた運動エネルギーは $\frac{1}{2}mv^2$ であったといえる。

中堅

- ① 自由落下運動なので初速度はゼロ、加速度は重力加速度であるので、等加速度運動の公式に代入して、

達人

- ① 位置エネルギーの公式 $U = mgh$ より、 $20 \times 9.8 \times 20 \sin 30^\circ = 1960$ だから、 2.0×10^3 [J]
- ② 運動エネルギーは①と同じ。
- ③ 運動エネルギーの公式 $K = \frac{1}{2}mv^2$ より、 $1960 = \frac{1}{2} \times 20 \times v^2$ であるので、 $v = 14$ [m/s]
- ④ 斜面方向の力は $f = 20 \times 9.8 \times \sin 30^\circ = 98$ [N]であるので、運動方程式は斜面下向きを正として、 $20 \times a = 98$ である。これより、物体の加速度は 4.9 [m/s²]である。
等加速度運動の距離の公式 $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ に代入して、 $20 = 0 \times t + \frac{1}{2} \times 4.9 \times t^2$ より、 $t = \frac{20}{7}$ である。
また、速度の公式 $v = v_0 + at$ より、 $v = 0 + 4.9 \times \frac{20}{7} = 14$ [m/s]である。これよりは少しスマートは公式の使い方として、等加速度運動の公式 $v^2 - v_0^2 = 2ax$ に代入して、 $v^2 - 0^2 = 2 \times 4.9 \times 20$ である。これより、 $v = \sqrt{196} = 14$ [m/s]でもよい。どちらにしても、エネルギーを考えて解いたほうが計算も簡単であり、分かりやすいといえる。