

力学的エネルギー保存の法則

摩擦などが無視できる場合、力学的エネルギー(位置エネルギーと運動エネルギー)の和は一定である。

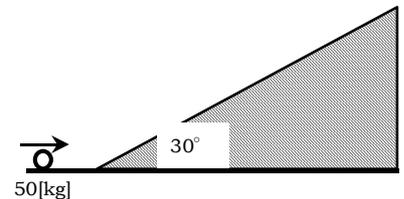
※「エネルギーはかってに増減することはない、姿・形を変えているだけなんだ」ということです。

入門

質量 5.0[kg]の物体が高さ 10[m]の位置から静かに落下して地面に落ちた。地面に落ちる直前の物体の速度を求めなさい。ただし、重力加速度を $9.8[m/s^2]$ としなさい。(等加速度運動の公式による方法と、力学的エネルギー保存の法則による方法の2方法) **ヒント** 重力による位置エネルギーと運動エネルギー

初級

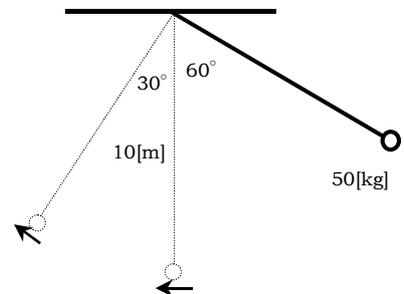
傾斜角 30度の斜面を質量が 50[kg]の物体が速度 90km/h]で登り始めた。この物体は坂道を何メートル登ることが出来るか。ただし、重力加速度を $9.8[m/s^2]$ としなさい。



中堅

長さ 10[m]のロープにぶら下がった体重 50[kg]の人が鉛直方向と 60度の角度のところから静かにスタートした。ただし、重力加速度を $9.8[m/s^2]$ として次の各問に答えなさい。

- ① ロープが鉛直方向と一致した(最下点を通過した)ときの速度をもとめなさい。
- ② 反対側に 30度振れたときの速度を求めなさい。



達人

あるばねに質量 2.0[kg]の小球をぶら下げると 0.10[m]伸びて釣り合った。このばねにぶら下がった小球を手で下に引きさらに 0.10[m]引き下げたあと、静かに手を離した。重力加速度を $9.8[m/s^2]$ として次の各問に答えなさい。

- ① 小球を引いたときの力はいくらですか。
- ② 釣り合っていた位置を通過するときの速度はいくらですか。
- ③ 最も高く上がったときのばねの縮みはいくらですか。

力学的エネルギー保存の法則 解答・解説

入門

はじめの状態は重力による位置エネルギーが $U = mgh = 5.0 \times 9.8 \times 10 = 490$ [J]、運動エネルギーは $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 0^2$ でゼロだから、力学的エネルギーの和は 490[J]である。地面に落下する直前の速度を v とすると、力学的エネルギー保存の法則より $490 = 5 \times 9.8 \times 0 + \frac{1}{2} \times 5 \times v^2$ である。これより、速度 $v = 14$ [m/s] である。

初級

斜面の下での力学的エネルギーの和は 重力による位置エネルギーが $mgh = 50 \times 9.8 \times 0 = 0$ [J]、運動エネルギー $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 25^2$ [J]であるので、斜面を登った最高点(高さ h [m]とする)では速度ゼロだから、力学的エネルギー保存の法則より、 $0 + \frac{1}{2} \times 50 \times 25^2 = 50 \times 9.8 \times h + \frac{1}{2} \times 50 \times 0^2$ である。これより、 $h = \frac{25^2}{2 \times 9.8} = 31.88\dots$ だから、高さが 31.9[m] すなわち 坂道を $31.9 \times 2 = 64$ [m] 登ることが出来る

中堅

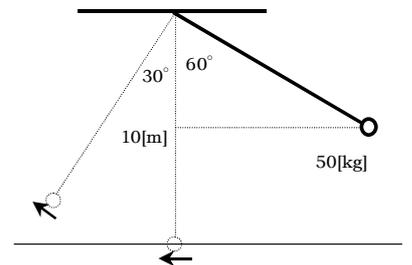
① 力学的エネルギー保存の法則より $50 \times 9.8 \times (10 - 10 \cos 60^\circ) = \frac{1}{2} \times 50 \times v^2$ である。これより、

$$v = \sqrt{2 \times 9.8 \times (10 - 10 \cos 60^\circ)} = 9.899\dots \text{より、} 9.9 \text{ [m/s] である。}$$

② 30度の位置での速度を u とすると、

$$50 \times 9.8 \times (10 - 10 \cos 60^\circ) = \frac{1}{2} \times 50 \times u^2 + 50 \times 9.8 \times (10 - 10 \cos 30^\circ)$$

$$\text{であるので、} u = \sqrt{9.8 \times 10 (\sqrt{3} - 1)} = 8.46\dots \text{より、} 8.5 \text{ [m/s] である。}$$



達人

① フックの法則 $f = kx$ に代入して $2.0 \times 9.8 = k \times 0.10$ より、ばね定数は $k = 196$ [N/m] である。したがって、さらに 0.10[m] 下に引いたときのばねの力は $196 \times 0.20 = 39.2$ [N] (上向き) である。また、重力が $2.0 \times 9.8 = 19.6$ [N] (下向き) とで引く力 f [N] とすると、 $39.2 - 19.6 - f = 0$ であるので、下に手で引く力は $f = 19.6$ [N] である。

② 重力による位置エネルギーの高さの基準を、手を離れた位置とすると、力学的エネルギー保存の法則より

$$\frac{1}{2} \cdot 196 \cdot 0.20^2 = \frac{1}{2} \cdot 196 \cdot 0.10^2 + 2.0 \cdot 9.8 \cdot 0.10 + \frac{1}{2} \cdot 2.0 \cdot v^2 \text{ であるので、}$$

$$v = \sqrt{98(0.20^2 - 0.10^2) - 2.0 \cdot 9.8 \cdot 0.10} = 0.989\dots \text{ であるので、} 0.99 \text{ [m/s] である。}$$

③ 重力による位置エネルギーの高さの基準を、手を離れた位置とし、最高点の高さを h とすると、力学的エネルギー保存の法則より

$$\frac{1}{2} \cdot 196 \cdot 0.20^2 = \frac{1}{2} \cdot 196 \cdot (h - 0.20)^2 + 2.0 \cdot 9.8 \cdot h + \frac{1}{2} \cdot 2.0 \cdot 0^2 \text{ であるので、}$$

$\therefore h = 0, 0.20$ より 最高点の高さはばねの自然長の位置(0.20[m]上、釣合い位置より 0.10[m]上)