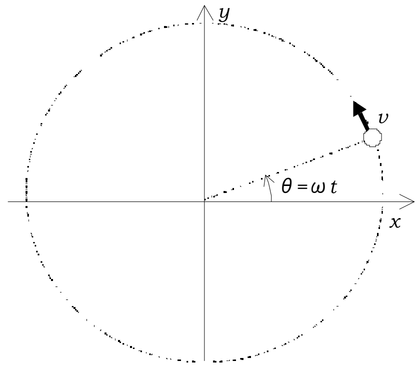
等速円運動入門　　　　　　　　　　（　　）組（　　）番　氏名（　　　　　　　　　）

等速円運動　→　一定の速度で円周上を回る運動のこと。

半径 r [m]、速さ v [m/s]、角速度 ω[rad/s]で等速円運動する物体の質量が m [kg]であるときを考えてみよう。



1　回転角 θ [rad]は角速度 ω [rad/s]と時間 t [s]の積に等しい。
　→　回転角の公式 [　　　　　　　　　　　　　　　　　　]

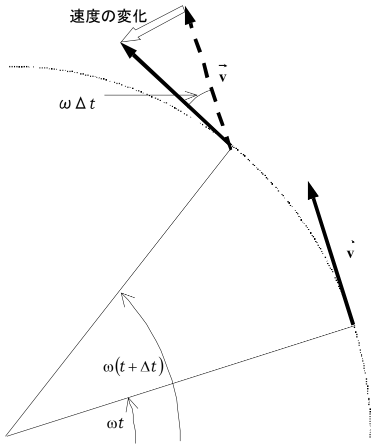
2　一周する時間を周期といい、周期を式で示すと
　→　周期の公式 [　　　　　　　　　　　　　　　　]。

3　速度 v [m/s]と角速度 ω [rad/s]の間の関係を示すと,
　→　速度と角速度の公式 [　　　　　　　　　　　]

4　物体の位置や速度を x, y 座標系で求めると、
　→　位置の公式 [　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　]
　→　速度の公式 [　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　]

等速円運動の加速度を求める

加速度は速度の変化を時間で割ったものであるので,微小時間 Δt [s]の間の t [s]から $t+\Delta t$ [s]の間の速度の変化は右の図の白矢印になる。Δt が微小時間なので間の角 $\omega\Delta t$ は小さな角であるので、



速度の変化量　は　$\left|\overrightarrow{v(t+\Delta t)}-\overrightarrow{v(t)}\right|=r\omega\cdot\omega\Delta t$　である。

加速度　は　速度の変化 ÷ 時間　であるので、等速円運動の加速度 は

$$a=\frac{\left|\overrightarrow{v(t+\Delta t)}-\overrightarrow{v(t)}\right|}{\Delta t}=\frac{r\omega\cdot\omega\Delta t}{\Delta t}=r\omega^2$$
（向きは中心方向）

微積分法を用いて加速度を求める（参考）

「位置座標を時間 $\boldsymbol{t}$ で微分すると速度になる。 速度を時間で微分すると加速度になる」 このことを使って求めると、

位置ベクトル　は $(x, y)=(r\cos\omega t, r\sin\omega t)$ 、

速度ベクトル は $(v_x, v_y)=\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right)=(-r\omega\sin\omega t, r\omega\cos\omega t)$ 、

加速度ベクトル は $(a_x, a_y)=\left(\frac{dv_x}{dt}, \frac{dv_y}{dt}\right)=(-r\omega^2\cos\omega t, -r\omega^2\sin\omega t)=-\omega^2(x, y)$ である。

それぞれの向きは、加速度ベクトルの向きと位置ベクトルの向きは逆向き（←符号が逆になっているから）、速度ベクトルと位置ベクトルは垂直（←速度ベクトルと位置ベクトルの内積ゼロだから）である。

また、加速度の大きさは　$a=|(a_x, a_y)|$ になり、始めの方法による加速度の大きさの公式と同じ。

初級　宇宙ステーションが回転しているのは重力に相当するものを作るためである。50[m] の半径の宇宙ステーションが 1 分間に 1 回転している。この中に住んでいる 50[kg] の宇宙飛行士について答えなさい。

(1) 宇宙ステーションの中にいる宇宙飛行士の加速度を求めなさい。

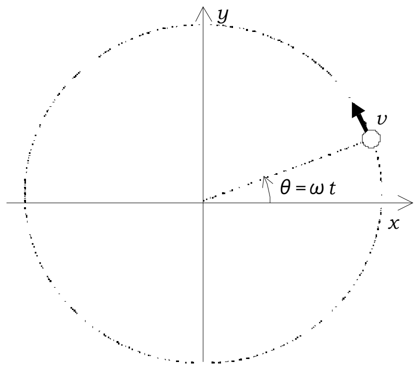
(2) 宇宙飛行士は床から押される力によりその加速度を作る。床から押される力を求めなさい。

(3) 宇宙飛行士が感じる人工重力の大きさを求めなさい。

等速円運動入門（解説）　　　　　　　　　　　（　　）組（　　）番　氏名（　　　　　　　　　　　）

等速円運動 → 一定の速度で円周上を回る運動のこと。

半径 r [m]、速さ v [m/s]、角速度 ω[rad/s]で等速円運動する物体の質量が m [kg]であるときを考えてみよう。



1　回転角 θ [rad]は角速度 ω [rad/s]と時間 t [s]の積に等しい。

→ 回転角の公式 [$\theta=\omega t$]

2　一周する時間を周期といい、周期を式で示すと

→ 周期の公式 [$T=\dfrac{2\pi r}{v}$ 、$T=\dfrac{2\pi}{\omega}$]。

3　速度 v [m/s]と角速度 ω [rad/s]の間の関係を示すと,

→ 速度と角速度の公式 [$v=r\omega$]

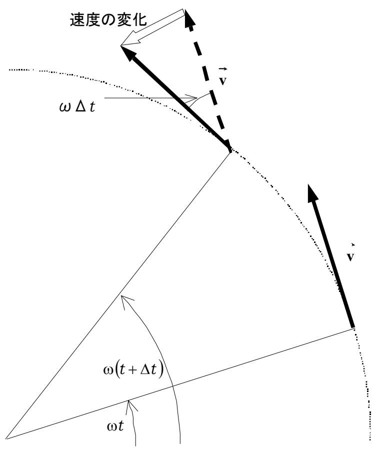
4　物体の位置や速度を x, y 座標系で求めると、

→ 位置の公式 [$x=r\cos\omega t$ 、$y=r\sin\omega t$]

→ 速度の公式 [$v_x=-r\omega\sin\omega t$ 、$v_y=r\omega\cos\omega t$]

等速円運動の加速度を求める

加速度は速度の変化を時間で割ったものであるので,微小時間 Δt [s]の間の t [s]から $t+\Delta t$ [s]の間の速度の変化は右の図の白矢印になる。Δt が微小時間なので間の角 $\omega\Delta t$ は小さな角であるので、



速度の変化量 は $\left|\overrightarrow{v(t+\Delta t)}-\overrightarrow{v(t)}\right|=r\omega\cdot\omega\Delta t$ である。

加速度 は 速度の変化 ÷ 時間 であるので、等速円運動の加速度 は

$$a=\frac{\left|\overrightarrow{v(t+\Delta t)}-\overrightarrow{v(t)}\right|}{\Delta t}=\frac{r\omega\cdot\omega\Delta t}{\Delta t}=r\omega^2$$

微積分法（数Ⅲで学ぶ）を用いて加速度を求める（参考）

「位置座標を時間 $\boldsymbol{t}$ で微分すると速度になる。速度を時間で微分すると加速度になる。」このことを使って、

位置ベクトル は $(x,y)=(r\cos\omega t, r\sin\omega t)$ 、

速度ベクトル は $(v_x,v_y)=\left(\dfrac{dx}{dt},\dfrac{dy}{dt}\right)=(-r\omega\sin\omega t, r\omega\cos\omega t)$ 、

加速度ベクトル は $(a_x,a_y)=\left(\dfrac{dv_x}{dt},\dfrac{dv_y}{dt}\right)=(-r\omega^2\cos\omega t,-r\omega^2\sin\omega t)=-\omega^2(x,y)$ である。

それぞれの向きは、加速度ベクトルの向きと位置ベクトルの向きは逆向き（←符号が逆になっているから）、速度ベクトルと位置ベクトルは垂直（←速度ベクトルと位置ベクトルの内積ゼロだから）である。

また、加速度の大きさは $a=|(a_x,a_y)|$ になり、始めの方法による加速度の大きさの公式と同じ。

初級 宇宙ステーションが回転しているのは重力に相当するものを作るためである。50[m] の半径の宇宙ステーションが 1 分間に 1 回転している。この中に住んでいる 50[kg] の宇宙飛行士について答えなさい。

(1)　円運動の加速度の公式に代入して、$a=r\omega^2=50\times\left(\dfrac{2\pi}{60}\right)^2=0.55$ [m/s²]

(2)　床から押される力 f [N]とする。運動方程式より、$f=ma=50\times0.55=27.5$ より、28[N] の力を受ける。

(3)　宇宙飛行士が感じる人工重力の重力加速度を g' とすると受ける力は mg' だから、g' =0.55[m/s²]。