

等速円運動

() 組 () 番 氏名 ()

半径 r [m] の円周上を速度 v [m/s] で回る質量 m [kg] の物体がある。この物体の円運動の周期を T [s]、角速度を ω [rad/s]、回転角を θ [rad] とすると

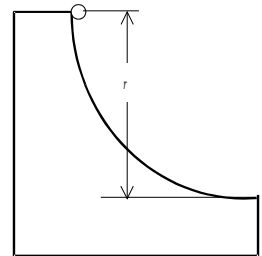
回転角 $\theta = [\quad]$ 、周期 $T = [\quad]$ または $[\quad]$ 、角速度 $\omega = [\quad]$ と書ける。また、円運動の向心加速度の大きさは $a = [\quad]$ または $[\quad]$ である。

入門 滑らかな水平面で長さ 1.0[m] の糸をつないだ質量 2.0[kg] の小球がある。糸の反対側は固定されており、それを中心にして等速円運動させる。

- (1) 速度 50[cm] で円運動させた。小球の加速度を求めなさい。
- (2) 4.0[s] で一回転するようにまわしてやった。このときの小球の加速度を求めなさい。
- (3) この糸は 1.0[kg 重] の力で引くと切れる。小球が一回転する最小の時間はいくらか。

初級 半径が r [m] の滑らかな 4 分の 1 円周から出来た滑り台がある。この滑り台の上部から静かに m [kg] の小物体を滑らせた。重力加速度を g [m/s²] とし、次の各問いに答えなさい。

- (1) 滑り台をすべり最下点での小球の速度を求めなさい。
- (2) 最下点に達する直前に小球が受ける垂直抗力を求めなさい。
- (3) 滑り台を滑り降りる途中で角度が 30 度滑り降りたところでの滑り台から受ける垂直抗力を求めなさい。



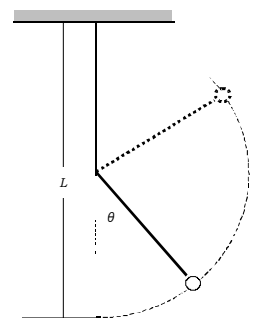
中堅 長さ L [m] の糸の一端を天井に固定し、他端に質量 m [kg] の小球をつるした。糸が緩まないように小球を天井まで持ち上げ静かに手を離した。重力加速度を g [m/s²] とし、次の各問いに答えなさい。

- (1) 最下点を通過するときの糸の張力を求めなさい。

糸を止めている天井の真下 $\frac{1}{2}L$ [m] に釘を打ち、糸が巻きつくように細工をした。

- (2) 最下点から θ [rad] の角度を通過するときの糸の張力を求めなさい。

- (3) 小球が円運動を離れて糸が緩みだすときの角度を求めなさい。



等速円運動 (解説)

() 組 () 番 氏名 ()

入門 長さ 1.0[m]の糸をつないだ質量 2.0[kg]の小球が等速円運動する。

(1) 加速度の公式 $a = \frac{v^2}{r}$ より、 $a = \frac{0.50^2}{1.0}$ だから、加速度は 0.25[m/s²]

(2) 角速度は $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.14}{4.0} = 1.57$ [rad/s]より、 $a = r\omega^2 = 2.464\dots$ より加速度は 2.5[m/s²]

(3) 最小の周期を T [s]とすると、加速度は $a = r\omega^2 = 1.0 \times \left(\frac{2 \times 3.14}{T}\right)^2$ だから、糸の張力 $f = 2.0 a$

糸の張力 $f \leq 9.8$ [N](切れるまでの張力)だから、 $2.0 \times 1.0 \times \left(\frac{2 \times 3.14}{T}\right)^2 \leq 9.8$ である。

よって、 $T \geq \frac{6.28}{\sqrt{4.9}} = 2.837\dots$ より、最短の周期は 2.8[s]

初級 半径が r [m]の滑らかな 4 分の 1 円周から出来た滑り台がある。この滑り台の上部から静かに m [kg] の小物体を滑らせた。重力加速度を g [m/s²] として次の各問いに答えなさい。

(1) 滑り台をすべり最下点での小球の速度を求めなさい。

エネルギー保存の法則より $mgr = \frac{1}{2}mv^2$ より、 $v = \sqrt{2gr}$ [m/s]

(2) 最下点に達する直前に小球が受ける垂直抗力を求めなさい。

最下点での向心加速度は $a = \frac{v^2}{r} = 2g$ になる。垂直抗力を N として運

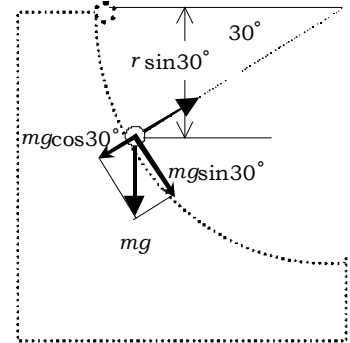
動方程式をたくと、 $N - mg = ma$ だから、 $N - mg = 2mg$ より、 $N = 3mg$ [N] になる。

(3) 滑り台を滑り降りる途中で角度が 30 度滑り降りたところでの滑り台から受ける垂直抗力を求めなさい。

30 度滑り降りた位置での速度 v とすると、はエネルギー保存則より、 $mgr \sin 30^\circ = \frac{1}{2}mv^2$ だから、

$v = \sqrt{gr}$ 。向心加速度が $a = \frac{v^2}{r} = g$ 、半径方向の運動方程式 $ma = N - mg \cos 30^\circ$ より、

$N = \frac{2 + \sqrt{3}}{2} mg$ [N] である。



中堅 回転半径は糸の長さの半分であることに注意する。

(1) 力学的エネルギー保存の法則より、最下点での速度は $v = \sqrt{2gL}$ である。

$T - mg = m \cdot \frac{(\sqrt{2gL})^2}{L}$ だから、最下点での糸の張力は $T = 3mg$ [N]

である。

(2) 円運動の加速度の公式 $a = \frac{v^2}{r}$ より、 $a = \frac{2v^2}{L}$ 、エネルギー保存の法則

より、 $mgL = mg \frac{1}{2}L(1 - \cos \theta) + \frac{1}{2}mv^2$ より、 $v^2 = gL(1 + \cos \theta)$ 、

半径方向の運動方程式より $T - mg \cos \theta = ma$ だから、

$T = mgL(2 + 3 \cos \theta)$ [N]

(3) 小球が円運動を離れて糸が緩みだすときは糸の張力がゼロになる。 $0 = mgL(2 + 3 \cos \theta)$ だから

$\cos \theta = -\frac{2}{3} = -0.66\dots$ のときだから、角度は 約 132 度のところで糸が緩む。

