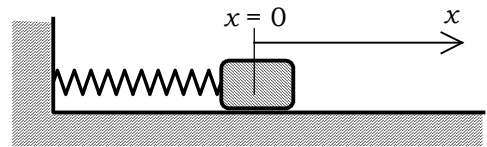


## 単振動解法の手順

- ① つりあいの位置を決め、そこを原点とする。
- ② つりあいの位置から正の向きに  $x$  ずれた位置で、物体が受ける力を考える。
- ③ 運動方程式を作り、物体の加速度を求める。
- ④ 単振動の条件式  $a = -\omega^2 x$  と比較し、 $\omega$  を求め、周期  $T = \frac{2\pi}{\omega}$

## 水平なばねの単振動

ばね定数が  $k$  [N/m] のばねに質量が  $m$  [kg] の物体がつながれている。この物体を水平で滑らかな床の上に置いた。釣り合いの位置から右に  $A$  [m] 引いて静かに手を離れた。



- ① **原点を決める** → **釣り合いの位置(ばねの自然長の位置)**

原点 ( $x=0$ )、右向きを正の向きとする。

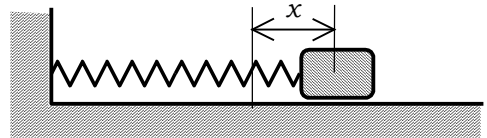
- ② 次に、原点から  $x$  [m] 離れた位置で、物体が受ける力を考え物体

の **運動方程式** を作り、物体の加速度を求める。

物体がばねから受ける力の大きさは  $f = kx$  で、左向き(負)

→ 運動方程式 [ ]

→ 加速度は [ ]



- ③ **単振動の条件式**  $a = -\omega^2 x$  と比較し、単振動の角振動数、周期などを求める。

角振動数  $\omega = [ ]$ 、周期  $T = [ ]$

- ④ 初期条件から、単振動の式を確定する。

初期条件とは  $t = 0$  のときの状態のこと →  $x = A$ 、 $v = 0$  であるので

物体の位置  $x = [ ]$

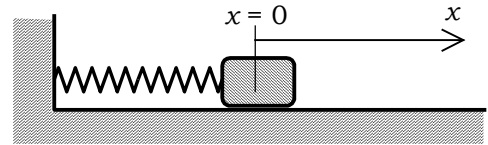
物体の速度  $v = [ ]$

**中堅** ばね定数が  $k$  [N/m] のばねに質量が  $m$  [kg] の物体がぶら下げられている。この物体を下に引き、釣り合いの位置から  $A$  [m] 引き下げた。静かに手を離れたところ上下に振動運動を続けた。この振動の周期を求めなさい。

## ばねの単振動（解説）

### 水平なばねの単振動

ばね定数が  $k$  [N/m] のばねに質量が  $m$  [kg] の物体がつながれている。この物体を水平で滑らかな床の上に置いた。釣り合いの位置から右に  $A$  [m] 引いて静かに手を離れた。



- ⑤ **原点を決める** 釣り合いの位置（ばねの自然長の位置）を

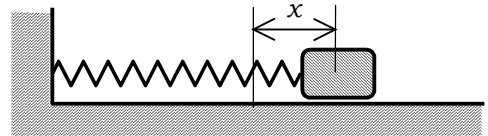
原点 ( $x=0$ )、右向きを正の向きとする。

- ⑥ 原点から  $x$  [m] 離れた位置で、物体が受ける力を考える。

- ⑦ 物体の **運動方程式** を作り、物体の加速度を求める。

物体がばねから受ける力の大きさは  $f = kx$  で、左向き（負）

よって、運動方程式は  $-kx = ma$  より、加速度は  $a = -\frac{k}{m}x$



- ⑧ **単振動の条件式** ( $a = -\omega^2 x$ ) と比較し、単振動の角振動数、周期などを求める。

物体の加速度  $a = -\frac{k}{m}x$  と、単振動の条件式  $a = -\omega^2 x$  を比較すると、

角振動数  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ 、周期は  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$  である。

物体の位置  $x = x_0 \sin(\omega t + \delta)$ 、物体の速度  $v = \frac{dx}{dt} = x_0 \omega \cos(\omega t + \delta)$

- ⑨ **初期条件から、単振動の式を確定する**

$t = 0$  のとき、 $x = A$ 、 $v = 0$  であるので、 $A = x_0 \sin \delta$ 、 $0 = x_0 \omega \cos \delta$  より、 $\delta = \frac{\pi}{2}$ 、 $x_0 = A$

したがって、 $x = A \cos \omega t$ 、 $v = \omega A \cos \omega t$

**中堅** ばね定数が  $k$  [N/m] のばねに質量が  $m$  [kg] の物体がぶら下げられている。この物体を下に引き、釣り合いの位置から  $A$  [m] 引き下げた。静かに手を離れたところ上下に振動運動を続けた。この振動の周期を求めなさい。

- ① 釣り合いの位置を求める。  $mg = kx_0$  より、ばねの伸び  $x_0 = \frac{mg}{k}$

- ② 釣り合いの位置を原点 ( $x=0$ ) として、下向きを正の向きとする。

- ③  $x$  [m] の位置に物体がいるときの運動方程式を作る。

ばねの伸びは  $x_0 + x$  であるので、ばねの力は  $f = k(x_0 + x)$  運動方程式は  $mg - f = ma$  であるので、これを解くと 物体の加速度は  $a = -\frac{k}{m}x$  になる。

- ⑩ 加速度を求めて、単振動の条件式と比較する。角振動数、周期を求める。

角振動数  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ 、周期は  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$  である。また、 $x = x_0 \sin(\omega t + \delta)$ 、 $v = \frac{dx}{dt} = x_0 \omega \cos(\omega t + \delta)$

- ④ 初期条件 ( $t=0$  のときの状態) を適用して、単振動を確定する。

$t = 0$  のとき、 $x = A$ 、 $v = 0$  であるので、 $A = x_0 \sin \delta$ 、 $0 = x_0 \omega \cos \delta$  より、 $\delta = \frac{\pi}{2}$ 、 $x_0 = A$

したがって、 $x = A \cos \omega t$ 、 $v = \omega A \cos \omega t$