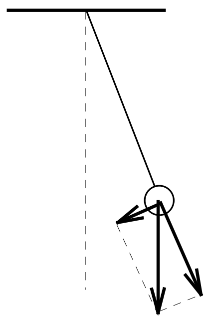
単振動のいろいろ　　　　　　　　　組　　番　　氏名［　　　　　　　　　　　　　　　　　　　］

初級　糸の長さが L[m]、質量m[kg]のおもりをつけたふりこがある。このふりこを小さな角で振らせたところ、この物体は単振動した。このふりこの周期を求めなさい。ただし、重力加速度を g[m/s^2]としなさい。

※ ガリレオ→ふりこの周期はおもりの質量や振れ角の大きさに関わらず一定である。



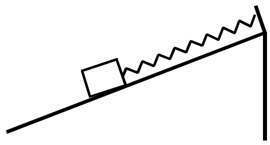
① つりあいの位置を求め、原点とする。

② x ずれた位置での物体の運動方程式から加速度を求める。

③ 単振動の条件式　$a = -\omega^2 x$　と比較して、各振動数 ω を求める。

④ 振り子の周期を求める。

中堅　傾斜各 θ の斜面の上に、ばね定数が k [N/m]のばねに質量 m [kg]の物体をつなぎ、斜面に設置した。斜面の下方向に A[m]引き静かに手を離した。斜面と物体の間には摩擦はないものとし重力加速度を g[m/s^2]としなさい。



① 釣り合いの位置を求める。

② 釣り合いの位置から x[m]離れたところでの運動方程式より、加速度を求める。

③ 単振動の条件式と比較して

→ 単振動の角振動数［　　　　　　　　］であり、周期は［　　　　　　　　　］である。

④ 初期条件を適用して、単振動を確定する。

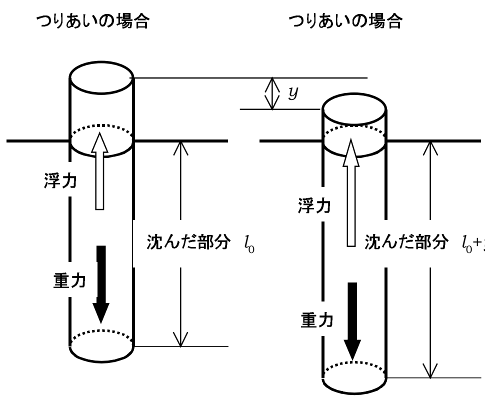
→ t=0、$x = A$ 、$v = 0$ より、

物体の位置　x =［　　　　　　　　　　　　　　　　　　］

物体の速度　v =［　　　　　　　　　　　　　　　　　　］

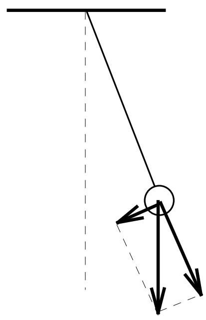
達人　水面に浮かぶ魚釣りの「うき」が水面を浮き沈みする振動について考えてみよう。水の密度を ρ とし、浮きを円柱形としその断面積を S、長さを L、質量を m、重力加速度を g とする。

※ 解法の手順は同じだから、自分で考えてみよう。



単振動のいろいろ（解説）　　　　　　　組　　番　　氏名［　　　　　　　　　　　　　　　　］

初級　糸の長さが L [m]、質量 m [kg]のおもりをつけた振り子がある。この振り子を小さな角で振らせたところ、この物体は単振動した。



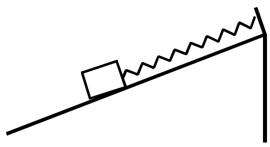
① 釣り合いの位置を原点(x=0)とする。当然、最下点が原点。

② 原点から x [m]離れたところでの力を求め、運動方程式を作る。
最下点から x [m]離れたところでの力は、重力 mg のうち 半径方向の分力 $mg\cos\theta$、円周方向の分力 $mg\sin\theta$ となる。張力は半径方向の分力とつりあう。したがって、物体の運動方程式は、$-mg\sin\theta = ma$ である。振れ角 θ が小さいときには、$\sin\theta \approx \theta$、$\theta = \dfrac{x}{L}$ である。

③ 加速度を求めて、単振動の条件式と比較し、角振動数、周期を求める。
運動方程式を解くと、加速度は、$a = -\dfrac{g}{L}x$ である。これより、$\omega = \sqrt{\dfrac{g}{L}}$、$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$

※ 振り子の周期は、振り子のおもりの質量や振れ角の大きさに関わらず一定である。

中堅　傾斜各 θ の斜面の上に、ばね定数がk[N/m]のばねに質量m[kg]の物体をつなぎ、斜面に設置した。斜面の下方向に A[m]引き静かに手を離した。



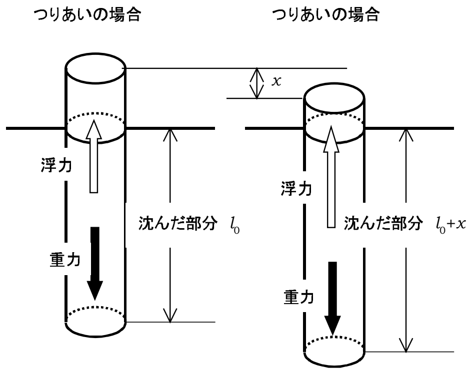
① 釣り合いの位置を求める。
斜面に平行な力の釣り合いより、$mg\sin\theta - kx_0 = 0$ これより、$x_0 = \dfrac{mg\sin\theta}{k}$

② 釣り合いの位置から x [m]離れたところで運動方程式より、加速度を求める。
$mg\sin\theta - k(x_0 + x) = ma$ より、$a = -\dfrac{k}{m}x$

③ 単振動の条件式と比較して → 単振動の角振動数 $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ であり、周期は $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ である。

① 初期条件を適用して、単振動を確定する。 → t=0、$x = A$、$v = 0$ より、$x = A\cos\omega t$、$v = \omega A\cos\omega t$

達人　水の密度を ρ とし、浮きを円柱形としその断面積を S、長さを L、質量を m、とする。 この運動も単振動するので、単振動の解法の手順にしたがって解けば良い。



① **振動の中心を求める**　釣り合いの位置を、浮きが x 沈んだところであるとすると、浮力と重力が釣り合うので、$\rho Sxg - mg = 0$ である。したがって、 $x = \dfrac{m}{\rho S}$ だけ沈んだ状態が釣り合いの状態である。つりあいの位置を原点(x=0)とし、下向きを正とする。

② **中心から x ずれたところでの力を考える**　さらに x だけ沈んだ状態で働く力を考える。重力が mg、浮力が沈んだ部分の体積の水の重さだから、浮きが受ける力は $f = mg - \rho S\left(\dfrac{m}{\rho S} + x\right)g = -\rho Sgx$ である。

③ **運動方程式を作り、加速度を求める**　運動方程式は $ma = -\rho Sgx$ である。したがって、加速度は $a = -\dfrac{\rho Sg}{m}x$ である。

④ **単振動の条件式 $a = -\omega^2 x$ と比較して書く振動数を求め、単振動のいろいろな公式に代入する**　単振動運動の条件式 $a = -\omega^2 x$ と一致する。 また、このときの比較から、角振動数 $w = \sqrt{\dfrac{\rho Sg}{m}}$ であるので、この単振動の周期は $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ より、$T = 2o\sqrt{\dfrac{m}{\rho Sg}}$ になる。したがって、この運動は、釣り合いの状態の位置(すなわち、$x = \dfrac{m}{\rho S}$ だけ沈んだ状態)を振動の中心として、周期が $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{\rho Sg}}$ の単振動だ。