

**単振動入門**

( )組( )番 氏名( )

一般の振動にはルール「**振動の中心からのずれに比例する復元力が働いている**」があることがわかる。また、個の振動運動は「等速円運動を横から見た運動」と同じであることもわかった。このルールに従う振動運動を「単振動」という。

**復習** 半径  $A$  の等速円運動  $\rightarrow xy$  座標系で表現すると次のようになる。

**位置:**  $(x, y) = (A \cos \omega t, A \sin \omega t)$

**速度:**  $(v_x, v_y) = [ \quad ]$

**加速度:**  $(a_x, a_y) = [ \quad ]$

**単振動** 等速円運動を横から見た運動  $\rightarrow x$  軸方向から見た ( $y$  軸方向の成分が見える) 場合

**位置:**  $[ \quad ]$

**速度:**  $[ \quad ]$

**加速度:**  $[ \quad ]$

**運動方程式に代入すると**  $[ \quad ]$

※ 加速度の大きさは物体の位置(ずれ)  $y$  に比例し、向きは物体の位置(ずれ)と反対向になる。

※ 運動方程式に代入すると、「**物体の位置に比例する復元力が働く**」ことを表している。

**初級** ばね定数  $k$  [N/m] のばねに取りつけられ、滑らかな水平面に置かれた質量  $m$  [kg] の物体があり、振動している。ばねの自然長の位置を原点としてこの物体の運動を調べてみよう。

物体に働く力  $\rightarrow$  フックの法則を使って、物体に働く力を求める

$[ \quad ]$

物体の運動方程式を作る

$[ \quad ]$

物体の加速度を求める(運動方程式を解く)

$[ \quad ]$

**単振動の条件式**  $\rightarrow [ \quad ]$

**振幅**  $\rightarrow$  単振動の中心から最大にずれたときの距離をいう。

**周期**  $\rightarrow$  単振動で 1 回振動する時間を周期という。

単振動の条件式と比較して 角振動数  $\omega$  を求め、周期の公式に当てはめて周期を求める。

**角振動数の公式**  $\rightarrow \omega = [ \quad ]$

**周期の公式**  $\rightarrow T = [ \quad ]$

## 単振動入門 (解説)

( ) 組 ( ) 番 氏名 ( )

一般の振動にはルール「**振動の中心からのずれに比例する復元力が働いている**」があることがわかる。また、個の振動運動は「等速円運動を横から見た運動」と同じであることもわかった。このルールに従う振動運動を「単振動」という。

**復習** 等速円運動 →  $xy$  座標系で表現すると次のようになる。

**位置:**  $(x, y) = (r \cos \omega t, r \sin \omega t)$

**速度:**  $(v_x, v_y) = (r\omega \sin \omega t, r\omega \cos \omega t)$

**加速度:**  $(a_x, a_y) = (-r\omega^2 \cos \omega t, -r\omega^2 \sin \omega t) = -\omega^2 (r \cos \omega t, r \sin \omega t) = -\omega^2 (x, y)$

**単振動** 等速円運動を横から見た運動 →  $x$  軸方向から見た ( $y$  軸方向の成分が見える) 場合

**位置:**  $y = r \sin \omega t$

**速度:**  $v_y = r\omega \cos \omega t$

**加速度:**  $a_y = -r\omega^2 \sin \omega t = -r\omega^2 \sin \omega t = -\omega^2 y$

**運動方程式に代入すると  $\vec{f} = m\vec{a} = -\omega^2 m\vec{y}$  となり、物体に働く力は位置に比例し、その向きは逆向きだ!**

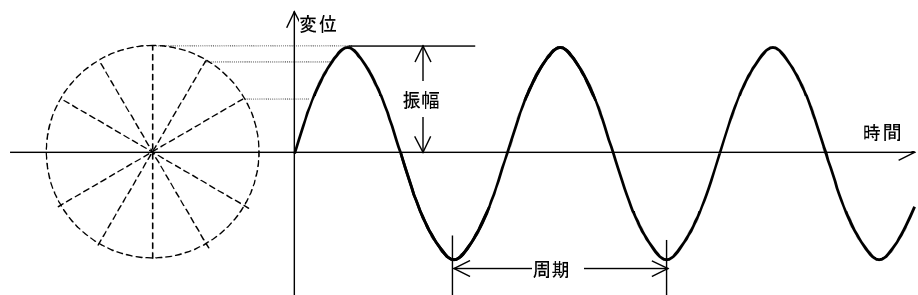
※ 加速度の大きさは物体の位置(ずれ)  $y$  に比例し、向きは物体の位置(ずれ)と反対向になる。

※ 運動方程式に代入すると、「**物体の位置に比例する復元力が働く**」ことを表している。

## 初級 (ばねに結び付けられた物体の振動)

ばね定数  $k$  [N/m] のばねに取りつけられ、滑らかな水平面に置

かれた質量  $m$  [kg] の物体の振動を考えてみる。ばねの自然長の位置(つりあいの位置)に置いたときは力が働かず静止したままだが、ばねを少し引き伸ばした位置に置かれたときは、ばねの伸びに比例した



ばねの力 (つりあいの位置からのずれの大きさに比例した復元力) が働くので単振動の条件を満たしている。

**単振動の条件** → **ばねの自然長を中心とした単振動がおきる。**

ばねが  $x$  [m] 伸びた位置での物体の運動方程式を作ってみる。ばねの力はフックの法則より  $f = -kx$  だから、運動方程式は  $ma = -kx$  である。位置により加速度の大きさが変化する運動だから、当然等加速度運動(加速度が一定)ではない。

**振幅と周期** 1 回振動する時間を周期、振動の中心から振動の端までを振幅という。

単振動の条件「**物体に働く力は位置に比例し、その向きは逆向き**」( $\vec{f} = m\vec{a} = -\omega^2 m\vec{y}$ ) だから、

$ma = -kx$  より、 $\omega^2 = \frac{k}{m}$  だから、 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$  の角振動数。したがって、周期の公式  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$  [s]。

最大の伸びの長さを  $A$  [m] とすると、位置は  $y = A \sin \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t$  [m]、速度は  $v = A \sqrt{\frac{k}{m}} \cos \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t$  [m/s]