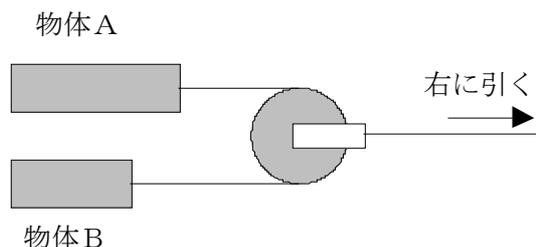


物理プリント 運動方程式(応用) ( )組( )番 氏名 ( )

次の各問題を解きなさい。

中堅

右の図に示すように滑らかな水平な床の上に物体A、Bがある。二つの物体は糸で連結されていて、軽い滑車を介して右にひかれる。物体Aの質量は  $3.0\text{kg}$ 、物体Bは  $2.0\text{kg}$  である。右に引く力が  $30\text{N}$  とするとき、物体A、Bのそれぞれの加速度はいくらになるか。



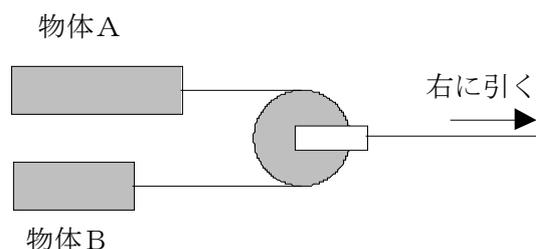
※ まず、右向きを正の向きとし、物体A、Bのそれぞれに働く力を考える。糸の張力とそれぞれの加速度は未知数(3つある)。

次に、滑車に働く力を考える。滑車の質量はゼロであるが、運動方程式を作ってみる。これで3つの運動方程式が出来る。

- (1) 物体Aの運動方程式を作れ。
- (2) 物体Bの運動方程式を作れ。
- (3) 質量ゼロの滑車の運動方程式を作れ。
- (4) 物体A、Bの加速度、糸の張力を求めよ。

達人

右の図に示すように滑らかな水平な床の上に物体A、Bがある。二つの物体は糸で連結されていて、質量  $5.0\text{kg}$  の滑車を介して右にひかれる。物体Aの質量は  $3.0\text{kg}$ 、物体Bは  $2.0\text{kg}$  である。右に引く力が  $30\text{N}$  とするとき、滑車、物体A、Bのそれぞれの加速度はいくらになるか。



※ まず、右向きを正の向きとし、物体A、Bのそれぞれに働く力を考える。糸の張力と物体A、B、滑車のそれぞれの加速度は未知数(4つある)。

次に、滑車に働く力を考える。これで、3つ式が出来る。しかし、未知数は4つあるので、このままでは解けないよ。

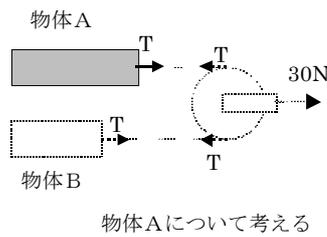
ヒント 物体Aと物体Bと滑車の動きに制限がある。滑車から見た物体A、Bの速度は……..

- (1) 物体Aの運動方程式を作れ。
- (2) 物体Bの運動方程式を作れ。
- (3) 滑車の運動方程式を作れ。
- (4) 滑車から見た物体A、Bの加速度を求めよ。
- (5) 物体A、B、滑車の加速度、糸の張力を求めよ。

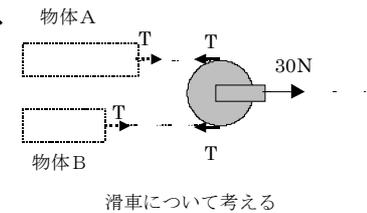
解答・解説

中堅

右向きを正とする。まず、物体Aの運動方程式を作る。物体Aに働く力は糸の張力  $T$  のみである。したがって、物体の加速度を  $a_A$  とすると、 $3.0 \times a_A = T$  …①である。次に、物体Bの運動方程式を作る。物体の加速度②である。



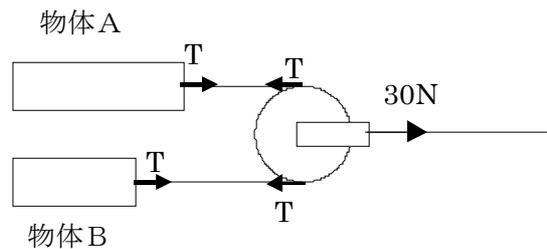
物体Bについて考えると、 $2.0 \times a_B = T$  …



ヒントに示した「質量ゼロの滑車」の運動方程式を作る。働く力は、右向きに  $30\text{N}$  の引く力と糸2本の左向きの張力だ。滑車の加速度を  $a$  とすると、 $0 \times a = 30 - 2T$  … ③である。以上の3式を解くと、物体の加速度を  $a_A$  とすると、 $a_A = 5.0$ 、 $a_B = 7.5$ 、 $T = 15$  である。したがって、物体Aの加速度は  $5.0\text{m/s}^2$ 、物体Bの加速度は  $7.5\text{m/s}^2$ 、糸の張力は  $15\text{N}$  である。

達人

基本的には上の中堅の問題と変わらない。同様に右向きを正として、物体Aの運動方程式を作る。物体Aに働く力は糸の張力  $T$  のみである。したがって、物体の加速度を  $a_A$  とすると、 $3.0 \times a_A = T$  …①である。次に、物体Bの運動方程式を作る。物体の加速度を  $a_B$  とすると、 $2.0 \times a_B = T$  …②である。続いて、滑車の運動方程式を作る。働く力は、右向きに  $30\text{N}$  の引く力と糸2本の左向きの張力だ。滑車の加速度を  $a$  とすると、 $5.0 \times a = 30 - 2T$  … ③である。しかし、未知数は4つあるので、この3式だけでは解けないことは明らかである。それでは、隠された関係式を見つけるために「達人」らしく考えてみよう。



両物体を滑車から見ると、物体A、Bのそれぞれの見かけの速度は、相対速度の公式「相対速度 = 相手(対象)の速度 - 自分(基準)の速度」と同様に、相対加速度にも当てはまる。これより、滑車から見た物体Aの加速度は  $a_A - a$ 、滑車から見た物体Bの加速度は  $a_B - a$  である。また、「両加速度は互いに逆向きに同じ大きさである(糸で連結されているため)」ので、この関係より、 $a_A - a = -(a_B - a)$  …④が成立しなければいけない。これが「隠された関係式」である。

この式を含めた①~④の4式を連立方程式として解けばよい。まず、①②③式より、張力  $T$  を消去すると  $3a_A = 2a_B = 15 - 2.5a$  になり、これから  $a_A$ 、 $a_B$  を求めて、これらを④式に代入すると、

$$\left(5 - \frac{5}{6}a\right) - a = -\left(\frac{15}{2} - \frac{5}{4}a\right) + a \text{ になる。これより、滑車の加速度 } a = \frac{150}{49} \text{ が求まる。}$$

これを代入して、物体A、Bの加速度を求めると、

$$\text{物体Aの加速度は } a_A = 5 - \frac{5}{6} \times \frac{150}{49} = \frac{245 - 125}{49} = \frac{120}{49} = 2.448\dots$$

$$\text{物体Bの加速度は } a_B = \frac{15}{2} - \frac{5}{4} \times \frac{150}{49} = \frac{360}{98} = 3.673\dots \text{ である。}$$

よって、物体Aの加速度は  $2.4\text{m/s}^2$ 、物体Bの加速度は  $3.7\text{m/s}^2$ 、滑車の加速度は  $3.1\text{m/s}^2$  である。