

重心を求める方法 ～ 重心の公式 ～

()組 ()番 氏名 ()

重心の求め方にはいろいろな方法があります。

小学生でも出来る方法

- 1 厚紙に図形を貼り付けてカッターナイフで切りぬき
- 2 糸におもり(5円玉)を結びつけて図形の一端につるし、糸の線に沿って鉛直線を図形に書き込む。
- 3 図形の一端につるし②と同様に鉛直線を引く。
- 4 両鉛直線の交点が重心である。

鉛筆3本を利用する方法

- 1 鉛筆3本の先で図形を支える。
- 2 鉛筆の先をゆっくりと移動させ、1点に集める。
- 3 鉛筆3本の先が必ず重心を含むのでその1点が重心だ。

※ ものさしで試すと簡単だ。この場合は2本の鉛筆で支える。2本の鉛筆を近づけ、鉛筆が寄ったところが重心だ。

力のモーメントを利用する方法

- 1 図形を重心がわかる部分毎に分ける。
- 2 それぞれの重心に部分図形の重さによるモーメントの和をもとめる。
- 3 全体の重心位置を支える外力によるモーメントと②のモーメントが釣り合う

重心を求める公式を利用する方法

- 1 右の重心の公式を使えばよい。

「重心を求める公式を証明する」

右の「重心の公式」で、重心が求められることを説明してみよう。

物体を x 軸に垂直に切り分けて、それぞれを x 軸の

位置にある質点(大きさが無視できる物体)とする。それぞれを番号 1 から N とし、それぞれの質量を m_i ($i = 1 \dots N$)、位置を x_i ($i = 1 \dots N$)とする。原点を中心とするモーメントを考えると、 $\sum_i m_i g \cdot x_i$ に

なる。これを重心で支えて回転しないようにすれば良い。力の大きさは $\sum_i m_i g$ であればよいので、重心位置を x_G とすれば、重心を支える力のモーメントは $\sum_i m_i g \times x_G$ になる。モーメントの大きさが等しく、

回転の向きが逆になるとき、モーメントがつりあい、静止できる。

よって、 $\sum_i m_i g \cdot x_i = \sum_i m_i g \times x_G$ だから、 $x_G = \frac{\sum_i m_i \cdot x_i}{\sum_i m_i}$ である。

y 軸についても同様に行えば、証明できる。

重心の公式

$$x_G = \frac{\sum_i^N m_i \cdot x_i}{\sum_i^N m_i} \quad y_G = \frac{\sum_i^N m_i \cdot y_i}{\sum_i^N m_i}$$

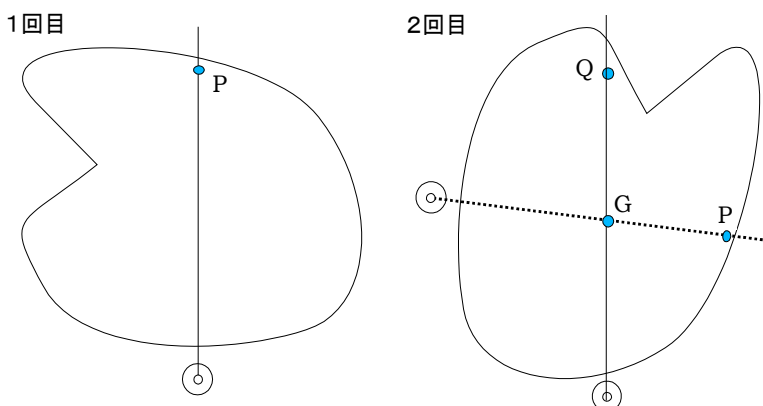
重心の公式 ~ 重心の公式 ~ (解説)

() 組 () 番 氏名 ()

重心の求め方にはいろいろな方法があります。

小学生でも出来る方法

- 1 厚紙に図形を貼り付けてカッターナイフで切りぬき、糸におもり(5円玉)を結びつけて図形の一端(点P)につるし、糸の線に沿って鉛直線を図形に書き込む(1回目)。
- 2 図形の別の一端(点Q)につるし点Pのときと同様に鉛直線を引く(2回目)。
- 3 両鉛直線の交点が重心である。



鉛筆3本を利用する方法 (意外に簡単だ)

- 1 鉛筆3本の先で図形を支える。
- 2 鉛筆の先をゆっくりと1点に集める。
- 3 鉛筆3本の先が必ず重心を含むので、その1点が重心だ。

※ ものさしで試すと簡単だ。この場合は2本の鉛筆で支える。2本の鉛筆を近づけ、鉛筆が寄ったところが重心だ。



力のモーメントを利用する方法 (練習問題、入試問題などではよく出される方法だ)

- 1 図形を重心がわかる部分毎に分ける。
- 2 それぞれの重心に部分図形の重さによるモーメントの和をもとめる。
- 3 全体の重心位置を支える外力によるモーメントと②のモーメントが釣り合う

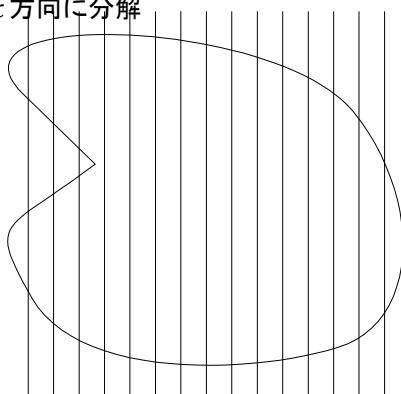
重心を求める公式を利用する方法

(どのような複雑な曲面であっても計算で求めることができる方法)

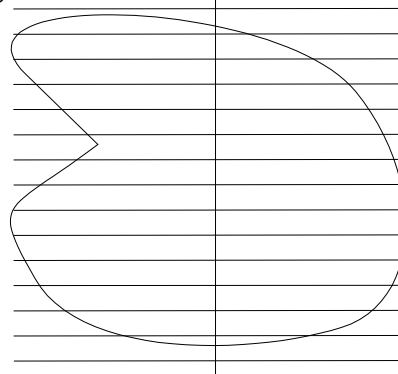
重心の公式を使うには、 x 方向、 y 方向それぞれに分解し、それぞれの「断片の質量とその位置を駆けたものの合計」を「断片全体の質量」で割ったものが重心位置になると x 方向に分解
いうものだ。

積分法を利用すると、複雑な関数の図形の重心でも計算で求めることが出来る。

数学的能力を伴うが、コンピュータを使うなどして重心を計算することが出来る手段で、究極の方法になる。



y 方向に分解



重心の公式

$$x_G = \frac{\sum_i^N m_i \cdot x_i}{\sum_i^N m_i} \quad y_G = \frac{\sum_i^N m_i \cdot y_i}{\sum_i^N m_i}$$