ケプラーの法則

（　）組（　）番　氏名（　　　　　　　　　　　　）

天体運行の法則である「ケプラーの法則」はニュートンによって理論的に説明され、ニュートンの運動の法則の正しさを示す大きな根拠となった。次に、これを説明してみよう。

ケプラーの法則

太陽系惑星の公転運動について、観測結果を分析がチコブラーエにより集積された。その詳細なデータを分析することからその規則性を見つけたのがケプラー[1]で、その規則性を次の3つの法則（ケプラーの法則）にまとめた。

1. 全ての惑星は、太陽を一つの焦点とする楕円軌道上を公転する。（楕円軌道の法則）
2. 一定時間における太陽と惑星を結ぶ直線が描く面積は等しくなるように公転する。（面積速度一定の法則）
3. 惑星の公転周期 T の2乗は惑星の公転の長軸半径 a の3乗に比例する。（調和の法則）

$$\frac{T^2}{a^3}=k \quad (k \text{ は全ての惑星に共通の定数})$$

以上の3つの法則が成立している根拠を理論的に解明したのがニュートンであった。ニュートン[2]は物理学の中心となるイギリスの物理学者で、「運動の法則」、「万有引力の法則」などで有名だ。

運動の法則

物体に力が働いたときに物体が動き出す。この仕組みを説明する法則が運動の法則である。この法則は3つの部分に分かれる。

1. 物体に力が加わらないとき、物体は同じ状態を保つ。
   静止している物体は静止し続け、動いている物体はその動き（等速直線運動）を続ける。
   これを「慣性の法則」という。
2. 物体に力が加わるとき、物体に加速度が生じる。
   物体に生じる加速度の大きさは力に比例し、質量に反比例する。
   これを「運動の法則」という。
3. 物体に力を加えたとき、物体に力を加えられた物体から同じ大きさで向きが反対の力で押し返される。
   これを「作用・反作用の法則」という。

万有引力の法則

2つの物体の間には互いに引き合う力（引力）が存在する。これを「万有引力」という。
万有引力の大きさ f は、2つの物体の質量の積 $m_1 \times m_2$ に比例し、両物体間の距離 r の2乗に反比例する。

$$f=G\cdot\frac{m_2\cdot m_2}{r^2} \quad (G \text{ は万有引力定数と呼ばれる定数 } G= 6.67\times10^{-11}\ [\mathrm{Nm^2/kg^2}])$$

ケプラーの第3法則を導く

以上の2つを基に、ケプラーの法則（第3法則）を導いてみよう。太陽系の惑星の公転軌道を円軌道（実際にほぼ円軌道になっている）とする。太陽は惑星に比べて質量が十分に大きいので、惑星（質量 m ）が太陽（質量 M ）を中心として半径 r で公転しているとみなす。惑星には太陽との間に万有引力 $f=G\cdot\dfrac{m\cdot M}{r^2}$ …① の力が働く。

惑星は万有引力による向心力で円運動を行う。惑星の公転速度を v とすると向心力は $f=\dfrac{mv^2}{r}$ …② である。

①、②式から、$G\cdot\dfrac{mM}{r^2}=\dfrac{mv^2}{r}$ …③、また、惑星の公転周期 T は　$T=\dfrac{2\pi r}{v}$ …④ の関係式が成立する。

公転速度 v を消去する。③より $GM=v^2 r$ 、④より $v=\dfrac{2\pi r}{T}$ だから、$GM=\left(\dfrac{2\pi r}{T}\right)^2 r$　である。

よって、公転周期 T と公転半径 r の間には $\dfrac{T^2}{r^3}=\dfrac{4\pi^2}{GM}$ ･･･④ の関係式を満たすことが導かれる。この④式には惑星の質量が含まれていないことから、全惑星について共通の関係式となる。

これはケプラーの第3法則 $\dfrac{T^2}{a^3}=k$ と一致する（円軌道の場合、楕円の長軸半径（a）=円の半径（r））。

1　ケプラー（ドイツ）は 1609 年に第1、2法則を、1619 年に第3法則を発見した。
2　ニュートン（イギリス）は 1687 年に、運動の3つの法則と万有引力の法則を確立した出版物（プリンキピア）を出版した。