

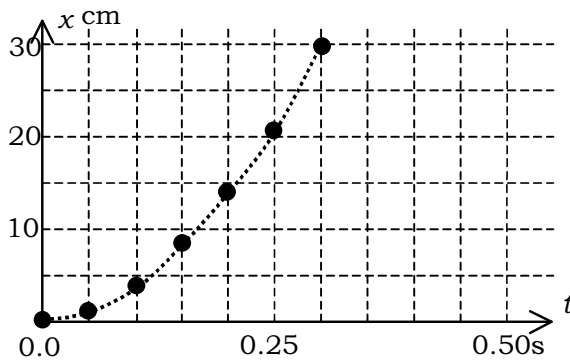
**理科(物理分野) 力学入門 ④ 落下運動(自由落下)**

**落下運動** → 鉛直下向きに加速度が一定(重力加速度)の運動をいう。

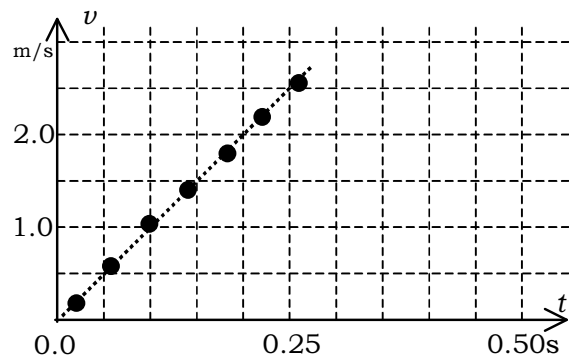
**重力加速度** → 地球上で、重力によって物体が落下するときの加速度  $g$  (= 約  $9.8\text{m/s}^2$ ) である。

教科書 28 ページの写真から、落下運動の加速度を求めてみよう。

時刻 [s]	0.00	0.04	0.08	0.12	0.16	0.20	0.24	0.28
位置 [cm]	0.3	1.2	3.7	7.8	13.4	20.7	29.5	39.8
平均速度	/	0.224	0.625	1.025	1.400	1.825	2.200	2.575
平均加速度	/	10.00	10.00	9.35	10.63	9.38	9.38	/



$x-t$  図



$v-t$  図

**練習** 教科書 29 ページの世界各地の重力加速度の実測値の表から次のことを説明しなさい。

「赤道付近で小さく、極地方で大きくなる」 → 昭和基地(極地方)とシンガポール(赤道地方)の比較より明らかだ。日本の中緯度地方の都市はその中間になっている。

「標高が高いほど小さく、低いほど大きくなる」 → メキシコシティ(高地)とセネガル(低地)は同緯度であるが、高度の違いが明らか

**自由落下運動** → 初速度がゼロの落下運動 (初速度ゼロ、加速度が重力加速度の等加速度直線運動)

初速度  $v_0 = 0$ 、加速度  $a = g$  の等加速度運動になる。したがって、等加速度運動の計算と全く同じ計算処理( $v-t$  図利用、公式利用の2つの方法)をするだけだよ。

**例題①** 高さ  $19.6\text{[m]}$  の位置から静かに手を離して小さな石を落とした。地面に落下するのは何秒のちか。また、地面に落ちる直前の石の落下速度はいくらであるか。 (答え  $2.0\text{[s]}$ 、 $19.6\text{[m/s]}$ )

等加速度運動の公式(距離の公式)に代入して  $19.6 = 0 \times t + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$  だから、 $t = 2$  より、地面に落下するのは 2 秒後である。また、速度の公式に代入して  $v = 0 + 9.8 \times 2 = 19.6$  より、落下直前の速度は  $19.6\text{[m/s]}$  である。

**例題②** 高さ不明の建物の屋上から小さな石を落とした。地面に落下したときの音が  $1.80\text{[s]}$ 後に聞こえた。この建物の高さ、地面に落下する直前の速度を求めなさい。 (答え  $15.9\text{[m]}$ 、 $17.6\text{[m/s]}$ )

等加速度運動の公式(距離の公式)に代入して、 $x = 0 \times 1.8 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 1.8^2 = 15.876$  より、屋上から地面の距離は  $15.9\text{[m]}$ である。そのときの速度は  $v = 0 + 9.8 \times 1.8 = 17.64$  より、約  $17.6\text{[m/s]}$

## 理科(物理分野) 力学入門 ⑤ 落下運動(鉛直投射)

**鉛直投射運動** → 初速度が鉛直方向の落下運動(初速度ゼロでない、加速度が重力加速度の等加速度直線運動)

鉛直上向きを正の向きとする → 公式は  $v = v_0 + at$ 、 $x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ 、 $v^2 - v_0^2 = 2ax$

**鉛直投げ降り運動** → 初速度が鉛直下向きの落下運動

上向きを正として、初速度  $v_0 = -v_0$  加速度  $a = -g$  の等加速度運動になる。

(下向きを正として、初速度  $v_0 = +v_0$  加速度  $a = +g$  の等加速度運動になる)

同じ計算処理( $v-t$  図利用、公式利用の2つの方法)をするだけ

上向きを正として、 $v = v_0 + at$  より、 $t$  秒後の速度は  $v = -v_0 - gt$  より、下向きに  $v_0 + gt$  の速さ

$x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$  より、 $x = -v_0t - \frac{1}{2}gt^2$  より  $t$  秒後の位置は  $v_0t + \frac{1}{2}gt^2$  下に移動

**鉛直投げ上げ運動** → 初速度が鉛直上向きの落下運動

上向きを正として、初速度  $v_0 = +v_0$ 、加速度  $a = -g$  の等加速度運動になる。

(下向きを正として、初速度  $v_0 = -v_0$ 、加速度  $a = +g$  の等加速度運動になる)

同じ計算処理( $v-t$  図利用、公式利用の2つの方法)をするだけ

上向きを正として、 $v = v_0 + at$  より、 $t$  秒後の速度は  $v = +v_0 - gt$  より、上向きに  $v_0 - gt$  の速さ

$x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$  より、 $x = +v_0t - \frac{1}{2}gt^2$  より  $t$  秒後の位置は  $v_0t - \frac{1}{2}gt^2$  上に移動

**例題①** 初速度 29.4[m/s]で鉛直上向きに投げ上げた。このとき、物体の最高到達点の高さを求めなさい。また、落下してくるまでの時間を求めなさい。

最高点での速度ゼロより、 $v = v_0 + at$  より、上向き正として  $0 = 29.4 - 9.8t$  より、 $t = 3$  秒後であるから、

$x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$  より、 $x = 29.4 \times 3 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 3^2 = 44.1$  より、最高点は 44.1[m] の高さである。また、落

下したとき、距離はゼロだから、 $0 = 29.4t - \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$  より、 $t = 0, 6$  だから、6 秒後に地面に落下する。

**例題②** 高さ 39.2[m] のビルの屋上の高さに地上から鉛直に投げ上げるために必要な初速度を求めなさい。このとき、屋上に届くまでの時間を求めなさい。

$v^2 - v_0^2 = 2ax$  より、最高点での速度はゼロだから、 $0^2 - v_0^2 = 2(-9.8) \times 39.2$  より、 $v_0 = 27.71..$  より、

約 27.7[m/s]の初速度で投げ上げる。 $v = v_0 + at$  より、 $0 = 27.7 - 9.8t$  より、 $t = 2.826$  より、2.83 秒後

**例題③** 高さ  $h$  [m]ビルの屋上から静かに手を離して石を落とした。同時に、地上から石を鉛直に投げ上げてビルの中間の高さのところで衝突させたい。地上から石を投げる初速度を  $v_0$  [m/s]、重力加速度を  $g$  [m/s<sup>2</sup>]として、次の各問に答えなさい。

1. 屋上から落とした石がビルの中間の高さに達する時間を求めなさい。

$x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$  より、 $-\frac{h}{2} = 0 \times t - \frac{1}{2} \times g \times t^2$  より、 $t = \sqrt{\frac{h}{g}}$  である。

2. 地上から投げ上げた石がその時間でビルの中間の高さに達するとして、鉛直投げ上げ運動による関係式を作りなさい。

$x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$  より、 $\frac{h}{2} = v_0 \times \sqrt{\frac{h}{g}} - \frac{1}{2} \times g \times \left(\sqrt{\frac{h}{g}}\right)^2 \dots \textcircled{1}$

3. 地上から投げ上げた石の初速度を求めなさい。

①より、 $\frac{h}{2} = v_0 \times \sqrt{\frac{h}{g}} - \frac{1}{2} \times g \times \frac{h}{g}$  より求めると、投げ上げた初速度は  $v_0 = \sqrt{gh}$  である。

理科(物理分野) 力学入門 ⑥ 落下運動(水平投射・斜方投射)

水平投射運動 → 初速度が水平方向の落下運動

鉛直、水平の2つの方向に分解して、それぞれの運動を計算する。

水平方向(等速運動)

速度  $v_0$  (一定) の等速運動だ。

$t$  秒後の位置は  $x = v_0 t$

鉛直方向(等加速運動) → 公式は  $v = v_0 + at$ 、 $x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ 、 $v^2 - v_0^2 = 2ax$

上向き正として、初速度  $v_0 = 0$ 、加速度  $a = -g$  の等加速度運動になる。

同じ計算処理( $v-t$  図利用、公式利用の2つの方法)をするだけ

$t$  秒後の位置は  $y = 0 \times t + \frac{1}{2} \times (-g) \times t^2$  より、 $y = -\frac{1}{2} gt^2$  である。

$t$  秒後の速度は  $v_y = 0 - g \times t$  より、 $v_y = -gt$  である。

例題① 高さ 19.6[m] のがけの上から初速度 10[m/s] で水平方向に石を前方の海に向かって投げた。石が落下するのは前方何メートルの海面か、求めなさい。

鉛直方向は自由落下と同じだから、 $-19.6 = 0 \times t + \frac{1}{2} \times (-9.8) \times t^2$  より、 $t = 2$  秒後に落下する。水平方向は等速運動だから、 $x = 10 \times 2 = 20$  より、20[m] 前方の海面に落下する

例題② 90[cm] の高さの机を速さ 4.0[m/s] ですべる小さな物体がある。この物体が机の隅から飛び出し、床に落下した。

1. 机の隅からどれだけ離れたところに落下するか。

$0.9 = 4.9t^2$  より、 $t = 0.4285..$  より、水平方向には  $x = 4.0 \times 0.4285.. = 1.71...$  より、1.7[m] 前方

2. 床に落下する直前の物体の速さを求めなさい。

鉛直方向速度は  $v_y = 9.8 \times 0.4285 = 4.199..$  より、 $v = \sqrt{4^2 + 4.199^2} = 5.799...$  より、斜めに 5.8[m/s]

斜方投射運動 → 一般的な落下運動

鉛直、水平の2つの方向に分解して、それぞれの運動を計算する。

水平方向(等速運動)

速度  $v_0 = v_0 \cos \theta$  の等速運動だ。

$t$  秒後の位置は  $x = v_0 \cos \theta \times t = v_0 t \cos \theta$

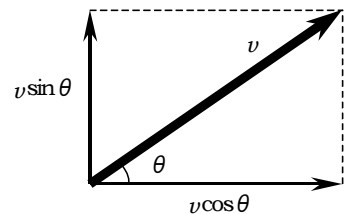
鉛直方向(等加速運動) → 公式は  $v = v_0 + at$ 、 $x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ 、 $v^2 - v_0^2 = 2ax$

上向き正として、初速度  $v_0 = v_0 \sin \theta$ 、加速度  $a = -g$  の等加速度運動になる。

同じ計算処理( $v-t$  図利用、公式利用の2つの方法)をするだけ

$t$  秒後の位置は  $y = v_0 \sin \theta \times t + \frac{1}{2} \times (-g) \times t^2$  より、 $y = v_0 t \sin \theta - \frac{1}{2} gt^2$  である。

$t$  秒後の速度は  $v_y = v_0 \sin \theta - g \times t$  より、 $v_y = v_0 \sin \theta - gt$  である。



例題 水平面からの角度が 30 度で初速度 20[m/s] で小球を打ち出した。

1. 小球が落下するのはどこか？

落下するとき、鉛直方向の距離はゼロだから、 $0 = 20 \sin 30^\circ t - 4.9t^2$  より、 $t = 2.04..$  より、水平方向の距離は  $x = 20 \cos 30^\circ \times 2.04 = 35.34..$  より、35[m] 前方に落下する。

2. 小球が最高点に達したときの高さはいくらになるか？

最高点に達する時間は落下する時間の半分だから、 $t = 2.04.. \div 2 = 1.02$  より、 $h = 20 \sin 30^\circ \times 1.0 - 4.9 \times 1.0^2 = 5.1$  より、最高点は地上から 5.1[m] の高さ