

摩擦力とは

物体が互いに接触しているとき、両物体が接触面をずらそうとする(滑らそうとする)ときに、ずれを妨げる方向に(摩擦)力が発生する。摩擦力は、その状況により3つのタイプに分かれる。

摩擦力の分類 (区別が重要だ)

- ① 静止摩擦力 (釣合)
- ② 動摩擦力 (公式)
- ③ 最大摩擦力

- ① 静止摩擦力 → 静止している(滑らない)ときの摩擦力
- ② 動摩擦力 → 滑っているときの摩擦力
- ③ 最大摩擦力 → 滑り出す直前の摩擦力(静止摩擦力の最大値に相当する)

重要 静止摩擦力は最大摩擦力を超えることはできない **摩擦力の大原則**

静止摩擦力は物体に働く力に釣合う大きさになる。 → **摩擦力の公式は使えないのだ!**

最大摩擦力は物体に働く垂直抗力に比例し、比例定数を「**静止摩擦係数**」という。 → 公式 $f = \mu N$

動摩擦力は物体に働く垂直抗力に比例し、比例定数を「**動摩擦係数**」という。 → 公式 $f' = \mu' N$

摩擦係数の大きさは、接触面の状態により大きな影響を受ける。水や油などが付着しているときは大幅に減少する。通常の範囲では、摩擦力は接触面積の影響を受けず、垂直抗力だけによる。

※ 動摩擦係数 μ' は静止摩擦係数 μ より小さい。 → 具体的数値は教科書など参照のこと

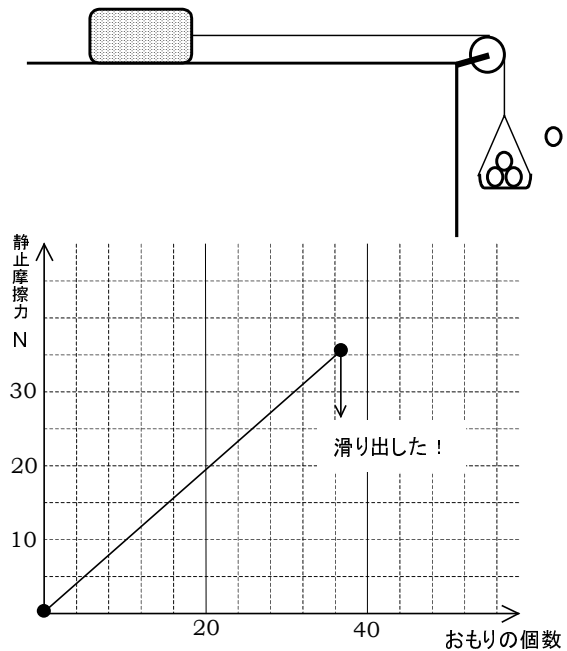
静止摩擦力の変化

摩擦がある机の上に物体が乗せられている。糸を付けて物体を引いた。軽いお皿の上に乗せるおもりを徐々に増やしていった。おもりの量が 37 個になったとき、机の上の物体は滑り出した。物体の質量を 5.0[kg]、おもり1個の質量を 0.10[kg] とする。

考え方 物体が静止しているとき、物体にかかる力は釣合っている!

滑り出す直前までの摩擦力を右のグラフに記入しなさい。

36 個では滑らない。37 個で滑り出したのだから、 $(0.1 \times 9.8) \times 36 < \text{最大摩擦力} < (0.1 \times 9.8) \times 37$ だから、最大摩擦力は 35.28[N] ~ 36.26[N] の間だから、中央値として、35.77[N]だから、最大摩擦力は 約 36[N]。したがって、静止摩擦係数は $35.77 = \mu \times 5.0 \times 9.8$ より、静止摩擦係数は、約 0.73 である。



動摩擦力

動き出してから摩擦力の大きさは一定の大きさになる。 ※ 滑る速度には無関係と考えてよい! したがって、動摩擦力の大きさは、「**公式** $f' = \mu' N$ 」で決まってしまう。

練習

- (1) 板の傾斜角が 30° のとき、滑り降りる力(重力の斜面下方向の分力)は $4.0 \times 9.8 \times \frac{1}{2} = 19.6$ [N] で、最大摩擦力は $0.60 \times \left(4.0 \times 9.8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 20.36..$ だから、最大摩擦力が大きいので、滑りださない。
- (2) 滑り出すときの板の傾斜角 θ として、滑り出す方向の分力 $2 \times 9.8 \times \sin \theta$ [N] が、最大摩擦力 $0.60 \times (2 \times 9.8 \times \cos \theta)$ [N] と等しいときだから、 $\tan \theta = 0.60$ より、三角関数表から、約 31 度である。
- (3) 45° のとき、滑る。したがって、動摩擦力は $0.20 \times \left(4.0 \times 9.8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 5.54..$ だから、5.5[N] だ。

一般の運動では摩擦力が必ず働いている。物体の運動を解析するときには、摩擦力を含んだ運動方程式を考える必要が必須である。

初級 5.0[kg]の物体が水平な床の上に置かれている。物体と床との間の静摩擦係数は 0.50、動摩擦係数は 0.15 である。

- (1) 物体を水平方向に 20[N] で引いた。このときの物体の加速度を求めなさい。
 垂直抗力は 5.0 [kgw] より $5.0 \times 9.8 = 49$ [N] だから、最大摩擦力は $0.50 \times 49 = 24.5$ [N] である。
 したがって、引く力が最大摩擦力より小さいので動かない。加速度はゼロだ。
- (2) 物体を水平方向に 30[N] で引いた。このときの物体の加速度を求めなさい。
 引く力が大きいので滑り出す。したがって、動摩擦力になるので、 $0.15 \times 49 = 7.35$ [N] だ。したがって、運動方程式は $30 - 7.35 = 5.0 \times a$ より、 $a = 4.53$ だから、加速度は 約 4.5[m/s²] だ。
- (3) 物体を水平方向に f [N] で引いた。このときの物体の運動方程式を作りなさい。※ f の大きさにより場合分けが必要です！
 $f < 24.5$ [N] では、滑り出さない(加速度ゼロ)から、運動方程式は意味を持たない。 $0 = 5.0 \times 0$ になる。
 $f > 24.5$ [N] では、滑るので、運動方程式は $f - 7.35 = 5.0 \times a$ である。

中級 3.0[kg]の物体が、質量 2.0[kg]の板の上に置かれている。この板を水平で滑らかな机の上に置かれている。物体と板の間の静摩擦係数は 0.50、動摩擦係数は 0.15 である。

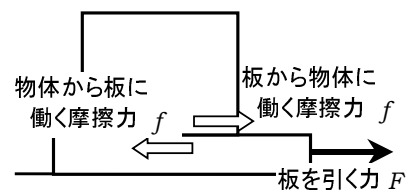
板を水平方向に引くとき、最初のうちは物体と板はいつしよに滑っていた。板を引く力がある大きさを超えたとき、板の上を物体が滑り出した。

- (1) 板を水平方向に 10[N]で引いたとき、物体は板といつしよに動いたのだから、板と物体の加速度は同一だ。よって、加速度を a 、板と物体の間の静摩擦力を f とする。板の運動方程式は $10 - f = 2a \cdots \textcircled{1}$ 、物体の運動方程式は $f = 3a \cdots \textcircled{2}$ だから、 $a = 2$ 、 $f = 6$ より、加速度は 2.0[m/s²] になる。

別解 板と物体をひとつの物体として、全体の運動方程式 $10 = (3 + 2)a$ より、加速度は 2.0[m/s²]

板と物体が一体となって動くとしたとき、板を引く力が F [N]、物体が板から受ける摩擦力(板が物体から受ける摩擦力)の大きさを f [N]、加速度を a [m/s²] として、次の問いに答えなさい。

- (2) 物体の運動方程式を作りなさい。
 右向きを正として、 $f = 3a \cdots \textcircled{1}$
- (3) 板の運動方程式を作りなさい。
 右向きを正として、 $F - f = 2a \cdots \textcircled{2}$
- (4) 物体が板から受ける摩擦力(板が物体から受ける摩擦力)の大きさを f [N] の条件式を導きなさい。
 滑らないのだから、最大摩擦力を超えない条件が必要になる。 $f < 0.50 \times (3.0 \times 9.8) \cdots \textcircled{3}$



- (5) ①、②より、 $a = \frac{F}{5}$ 、 $f = \frac{3F}{5}$ だから、③に代入して、 $F < 0.50 \times (3.0 \times 9.8) \times \frac{5}{3} = 24.5$ より、板を引く力が 24.5[N] で滑り出す。

- (6) $F_1 > F_0$ の力で板を引くとき、物体は板の上を滑っているのだから、動摩擦力だ。物体の加速度を a とすると、運動方程式は $0.15 \times 3.0 \times 9.8 = 3.0 \times a \cdots \textcircled{1}$ 、板の加速度を A とすると、運動方程式は $F_1 - 0.15 \times 3.0 \times 9.8 = 2.0 \times A \cdots \textcircled{2}$ だ。これらより、物体の加速度は $a = 1.47$ [m/s²]、板は $A = \frac{F_1 - 4.41}{2}$ [m/s²] である。

空気抵抗

物体が運動するとき、空気抵抗が無視できない場合がある。この場合とは、運動速度が大きい(高速で移動する)場合である。

空気抵抗は速度に関係する

ゆっくり動くとき(徒歩程度)では空気抵抗はほとんど感じられないが、走るときは強い抵抗を感じる。このように、ある程度までの速度であれば、空気抵抗は速度に比例する大きさになることが知られている。

空気抵抗力の公式

$$f = kv \quad v \text{ 物体の速度、} k \text{ 比例定数}$$

空気抵抗は物体の形に関係する

空気抵抗は物体の形にも大きな影響を受け、正面から見た物体の形が大きいものほど抵抗が大きくなる。流線型の形が最も空気抵抗が少なくなることが知られている。

雨の落下速度

空気抵抗が無視できる領域

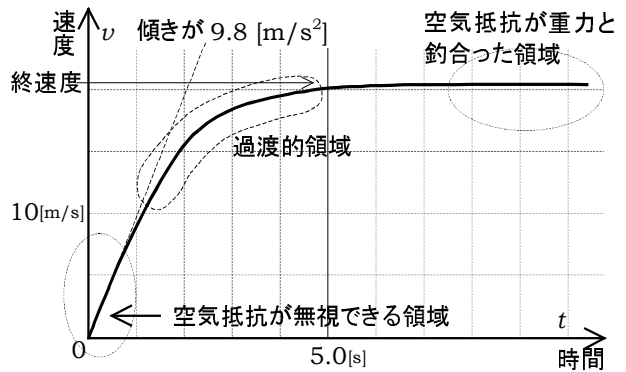
落ち始めは、落下速度が小さいので、重力加速度で落下し始める。したがって、最初のうちは重力加速度で等加速度運動になるから、 $v-t$ グラフの傾きが重力加速度の直線のグラフになる。

過渡的領域

速度が大きくなるにつれて、空気抵抗が大きくなるため、落下方向の力が小さくなるから加速度が減少しながら、速度を増加させる。したがって、 $v-t$ グラフの傾きが徐々に小さくなり、ゼロに近づいてゆく。運動方程式は $mg - kv = ma$ である。

空気抵抗と重力が釣り合った領域

やがて、落下速度が大きくなり、重力と空気抵抗が同じになる。このとき、物体にかかる力の合力がゼロになるため加速度がゼロ($v-t$ グラフの傾きがゼロ)になる。したがって、物体は等速度で落下するようになる。この速度を「終速度(しゅうそく)」という。 $v-t$ グラフで示すと右のグラフのようになる。終速度 v_∞ は加速度 $a=0$ だから、運動方程式 $mg - kv_\infty = m \times 0$ より、 $v_\infty = \frac{mg}{k}$ である。



練習 雨の落下速度のグラフから、傾きや、終速度を読み取ればよい。

(1) 下向きを正として、重力が m [kgw] だから、 mg [N] だ。空気抵抗は公式より $f = kv$ [N] だから、雨粒の運動方程式は $mg - kv = ma \dots ①$ である。

(2) 運動方程式①より、 $a = \frac{mg - kv}{m}$ より、雨粒の加速度は、

下向きに $\frac{mg - kv}{m}$ [m/s²] である。

(3) 加速度は $v-t$ グラフの傾きだから、 $t = 2.0$ [s] のときの傾きを読み取ると、そのときの加速度は 4.5 [m/s²] である。したがって、空気抵抗は $kv = m(9.8 - 4.5) = 0.54 mg$ より、雨粒の重さの 54% の大きさである。

(4) 雨粒の質量を 0.020 [g]、重力加速度を 9.8 [m/s²] としたとき、グラフより終速度は 21 [m/s] である。

また、過速度のときの加速度はゼロだから $a = \frac{mg - kv}{m}$ より代入して、 $0 = \frac{0.020 \times 10^{-3} \times 9.8 - k \times 21}{0.020 \times 10^{-3}}$

より、空気抵抗の比例定数は $k = 9.3 \times 10^{-6}$ [Ns/m] である。

